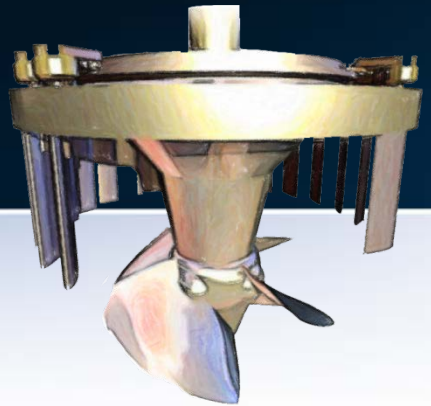
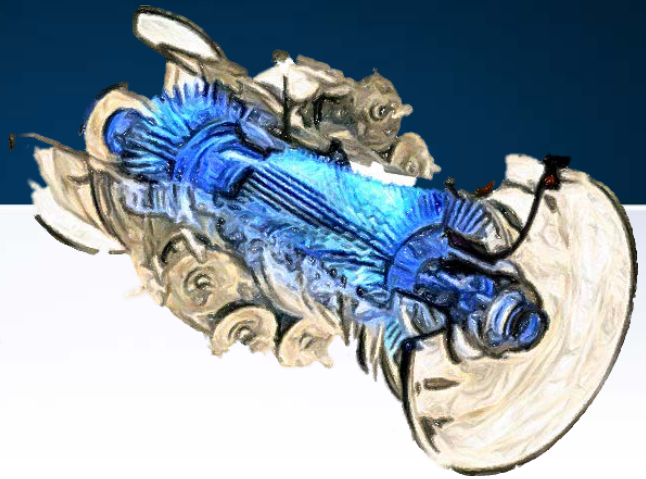
Turbomachines

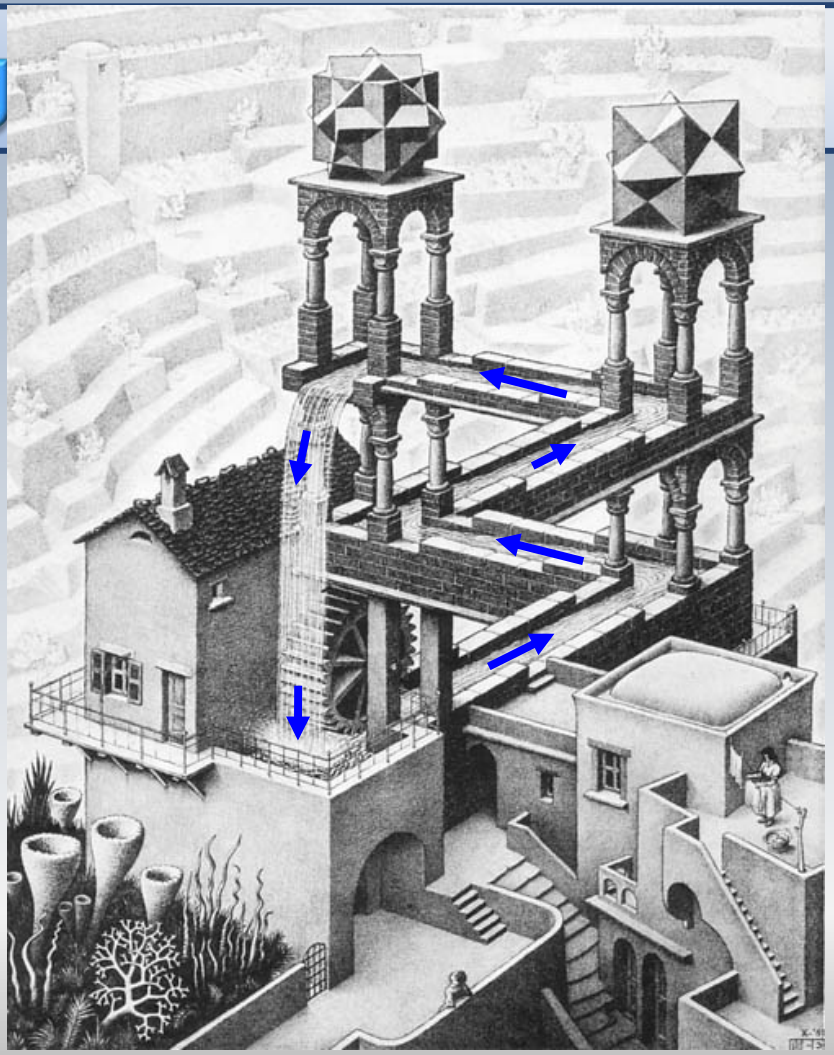




NRJ EN ROTATION

Turbine Francis

TurboFluids



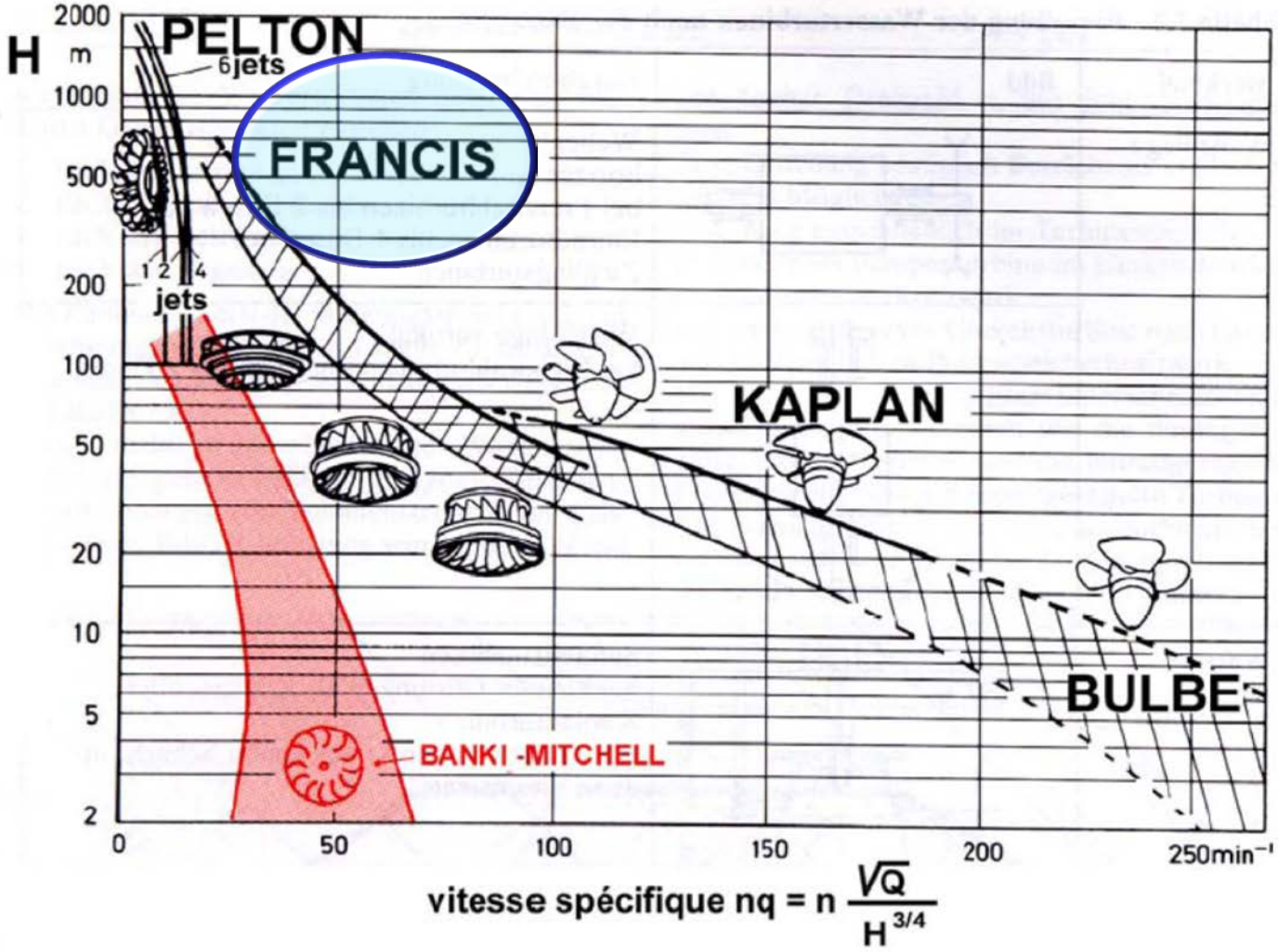
« Waterfall » (1961)
Lithographie de
M.C.ESCHER

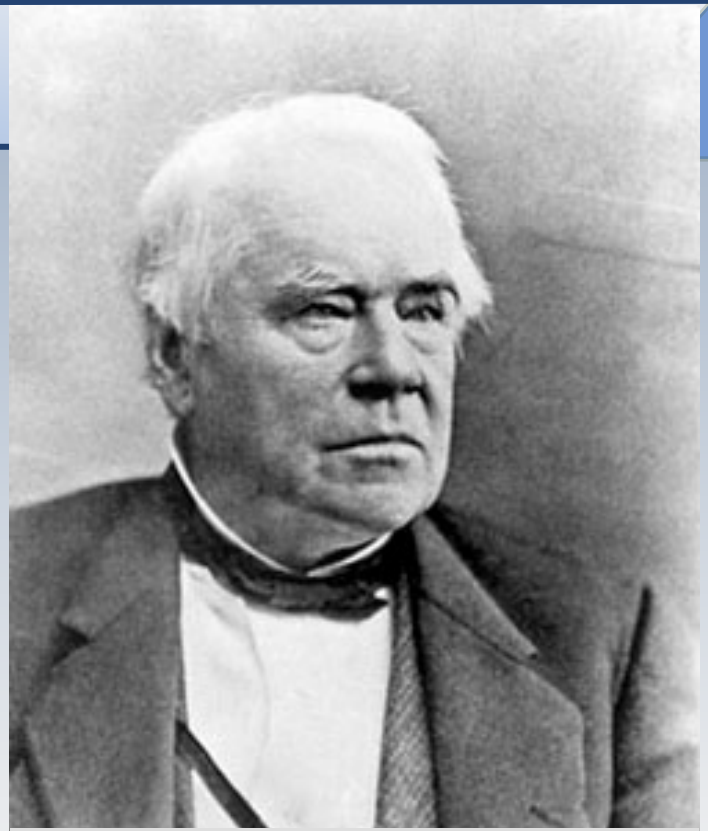
L. Euler

THÉORIE
PLUS COMPLETTE DES MACHINES QUI SONT MISES EN MOUVEMENT PAR LA RÉACTION DE L'EAU.

PAR M. EULER.

Ayant déjà expliqué en quelques Mémoires l'effet, que la Machine projettée par Mr. *de Segner* à Halle eſt capable de produire, je me propoſe ici de développer cette même matiere plus ſoigneuſement. Les forces, par lesquelles cette machine eſt miſe en mouvement, ſont tirées de la réaction de l'eau, dont la machine eſt remplie, & qui en ſort en bas par des ouvertures : car, puisque cette machine eſt mobile autour d'un axe vertical, & que l'eau en échape horizontalement, il réſulte de la réaction de l'eau un moment de forces, qui tend à faire tourner la machine autour de ſon axe, & qui la rend même capable de ſurmonter quelque réſiſtance, ou bien de produire quelque effet. Or, dans la recherche que j'ai faite de cette machine, j'ai ſuppoſé un vaiſſeau cylindrique, au fond duquel ſont attachés des tuyaux horizontaux, par lesquels l'eau échape, & ayant regardé le mouvement de l'eau dans le vaiſſeau comme connu, j'ai cherché le mouvement par les tuyaux attachés, avec la force de réaction, qu'ils en ſoutiennent. Cette ſuppoſition a été faite pour rendre la recherche plus facile : car, ſi j'avois voulu continuer les tuyaux jusqu'en haut de la ſurface de l'eau, la détermination de la réaction de l'eau ſeroit devenuë plus embarraſſante. Quoique cette circonſtance n'apporte aucune atteinte à la juſteſſe de la détermination, après que j'y ai ajouté la rectification, qui lui convient à cauſe du mouvement de l'eau par le vaiſſeau cylindrique, il n'y a aucun doute que cette recherche ne ſeroit plus com-


H
m
2000
1000
500
200
100
50
20
10
5
2
PELTON
6 jets
1 2 4
jets
FRANCIS
KAPLAN
BULBE
BANKI -MITCHELL
0
50
100
150
200
250min⁻¹
vitesse spécifique nq = n √Q / H^3/4



J.B. Francis

EXPERIMENTS ON HYDRAULIC MOTORS,

ON THE

FLOW OF WATER OVER WEIRS, IN OPEN CANALS OF UNIFORM RECTANGULAR SECTION, AND THROUGH SUBMERGED ORIFICES AND DIVERGING TUBES.

MADE AT LOWELL, MASSACHUSETTS.

BY

JAMES B. FRANCIS,

CIVIL ENGINEER, MEMBER OF THE AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS AND ARCHITECTS, FELLOW OF THE AMERICAN ACADEMY OF ARTS AND SCIENCES, MEMBER OF THE AMERICAN PHILOSOPHICAL SOCIETY, ETC.

SECOND EDITION,

REVISED AND ENLARGED, WITH MANY NEW EXPERIMENTS,

And Illustrated

WITH TWENTY-THREE COPPER-PLATE ENGRAVINGS.

NEW YORK:
D. VAN NOSTRAND, 192 BROADWAY.
LONDON: TRÜBNER & CO.
1868.

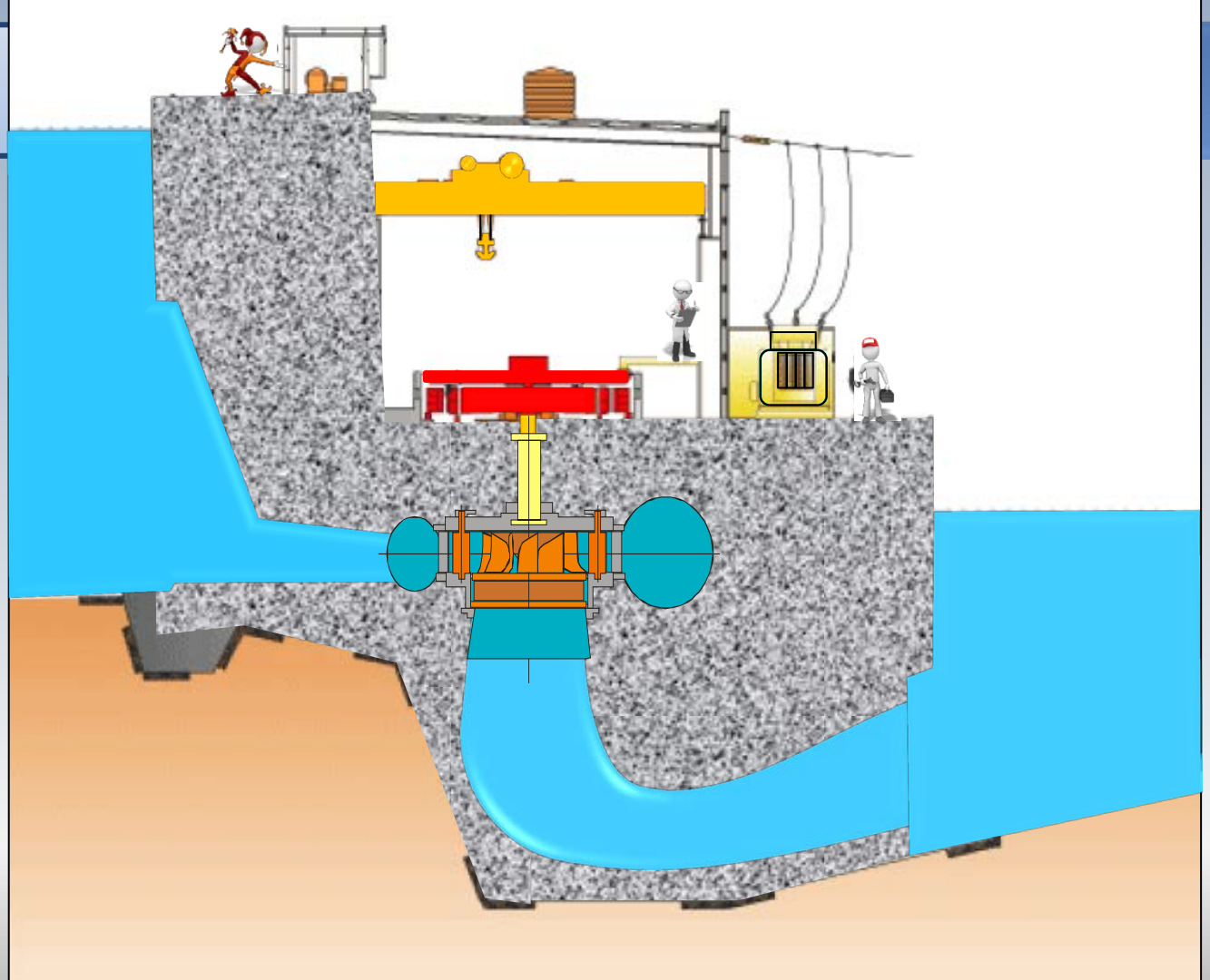
PREFACE TO THE SECOND EDITION.

SINCE the first edition of this work appeared, in 1855, the manufacturing corporations at Lowell, lessees of the water-power furnished by the Merrimack River at that point, have surrendered their leases and taken others containing new provisions for the purpose of more fully protecting all parties in the enjoyment of their respective rights; this has rendered necessary a new and elaborate series of experiments for the purpose of perfecting the method of gauging the flow of water in open channels by the use of loaded tubes. Some experiments had been made on this subject at Lowell before the publication of the first edition, the principal results of which were given; the later experiments are, however, so much more complete, and have been made under circumstances so much more favorable, that it has been found necessary to rewrite, entirely, the chapter on that subject.

The general use at Lowell of the *Diffuser*, an apparatus for utilizing the power usually lost in turbines, from the water leaving them with a considerable velocity, has created much interest in Venturi's tube, the action in which involves the same principles as the Diffuser. Experiments on Venturi's tube had been previously made only when discharging into the air; it appeared highly probable that greater results might be obtained if the tube was submerged, so as to discharge under water. Experiments made under these circumstances, and detailed at length in this edition, indicate a considerably greater flow than had been previously obtained.

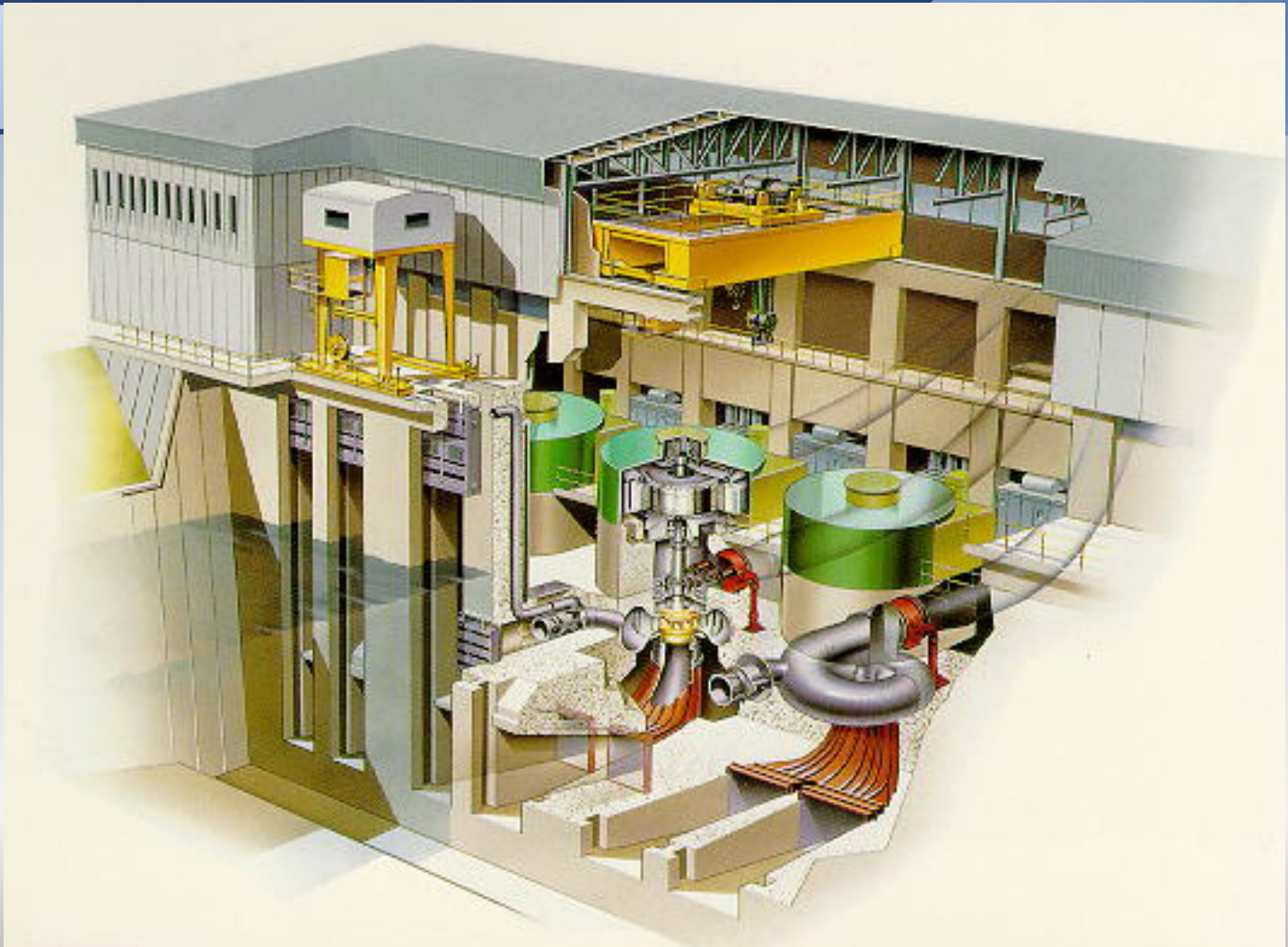
The author takes this opportunity of acknowledging his obligations to Mr. Uriah A. Boyden of Boston, for useful suggestions during the last twenty-five years, on almost every subject discussed in this volume. Also to Mr. John Newell, now of Detroit, Michigan, to whom he is much indebted for assistance in the execution and reduction of some of the most important series of experiments, and to whose fidelity the precision attained in the results is in no small degree due. Also to Mr. Joseph P. Frizell, now of Davenport, Iowa, to whom he is indebted for assistance in some points involving the higher mathematics.

LOWELL, MASS., *March*, 1868.

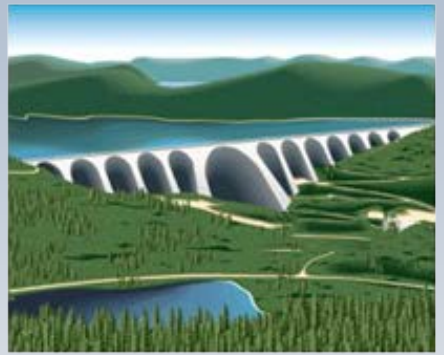


Description générale

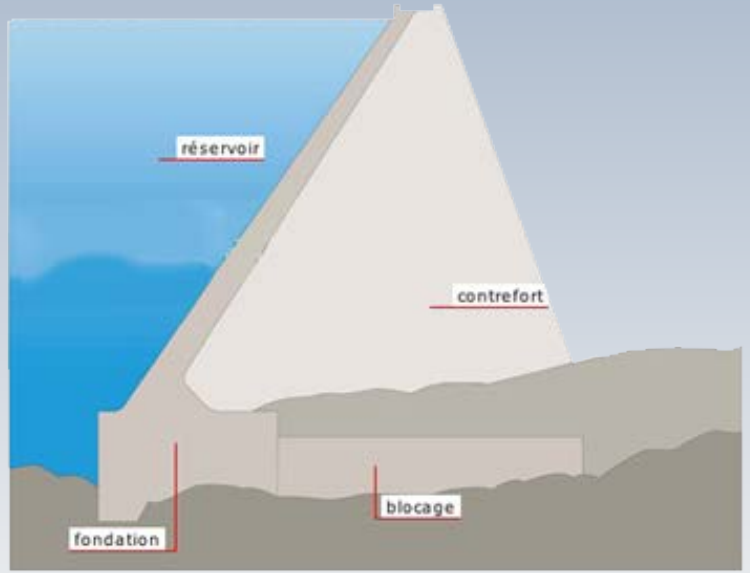
Les turbines Francis sont des machines hydrauliques dites *de réaction*. Avant la roue, une partie de l'énergie potentiel (de pression) est traduite en énergie cinétique dans les composantes statiques . Dans la roue, l'écoulement subit des changements de direction et de pression. Ces variations sont transmises aux aubes de la machine, dont l'origine du nom *de réaction*. Bien que la vitesse absolue et la pression diminuent lors du passage dans le rotor, à la sortie demeure une quantité d'énergie cinétique résiduelle. Le diffuseur, situé en aval de la roue, permet de traduire cette énergie cinétique en pression et produit un effet "d'aspiration" à la sortie du rotor. Ceci, est bénéfique pour l'accroissement de la puissance transmise à la roue.



Types de barrages

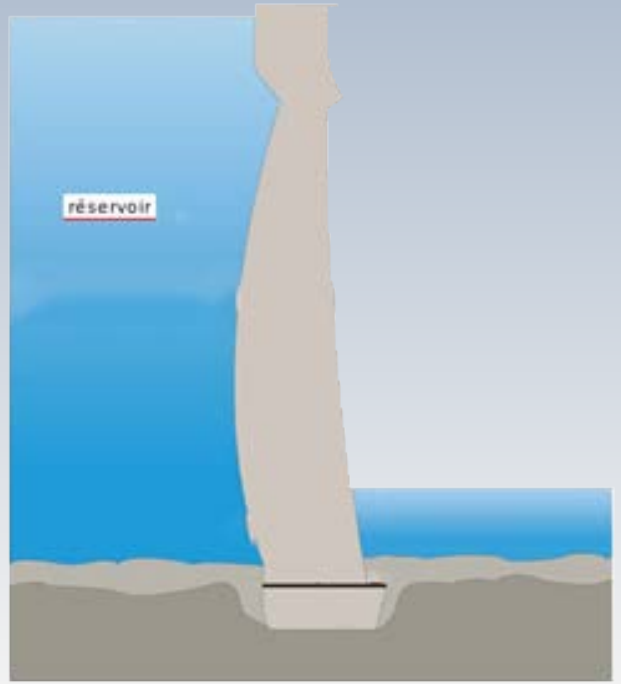


Barrage à contreforts



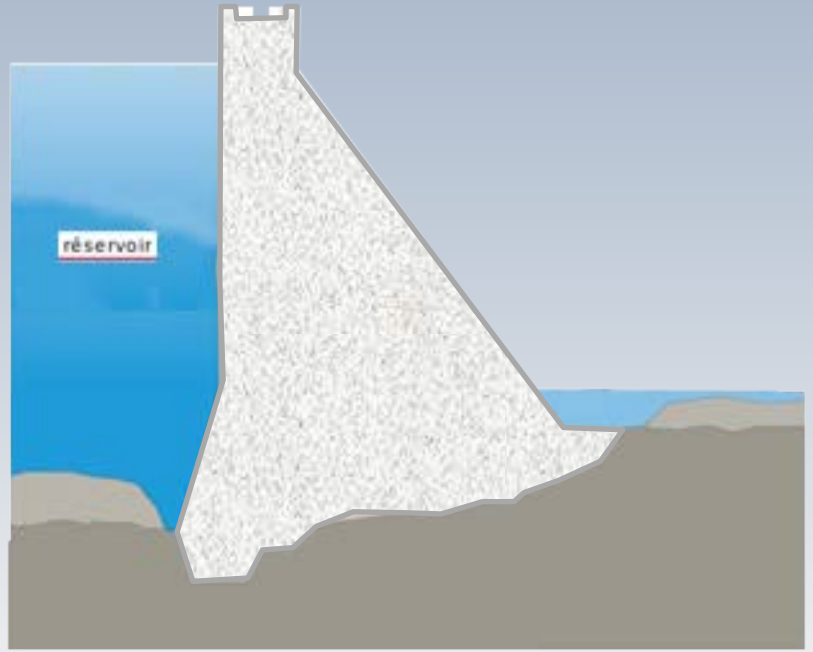
Types de barrages

Barrage-voûte

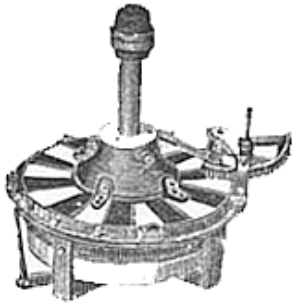


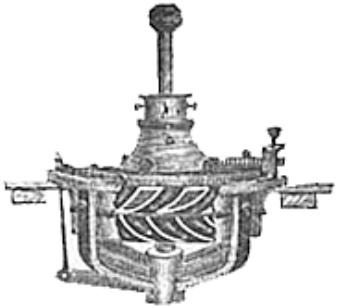
Types de barrages

Barrage-poids

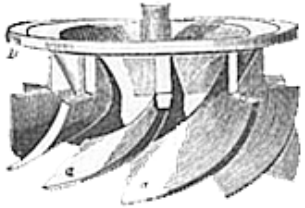


Les turbines au XIX siècle

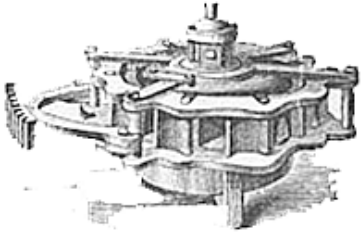




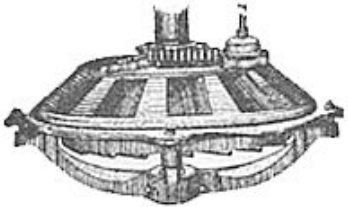
BODINE JONVAL.



BLACKSTONE.

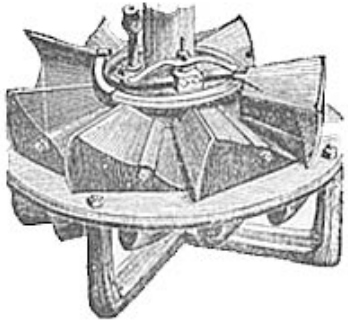


ELMER.

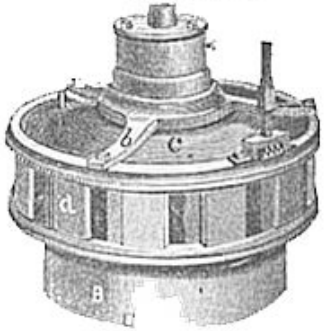


HOUSTON.

DELPHOS.



CASE.



VANDEWATER-BURNHAM.

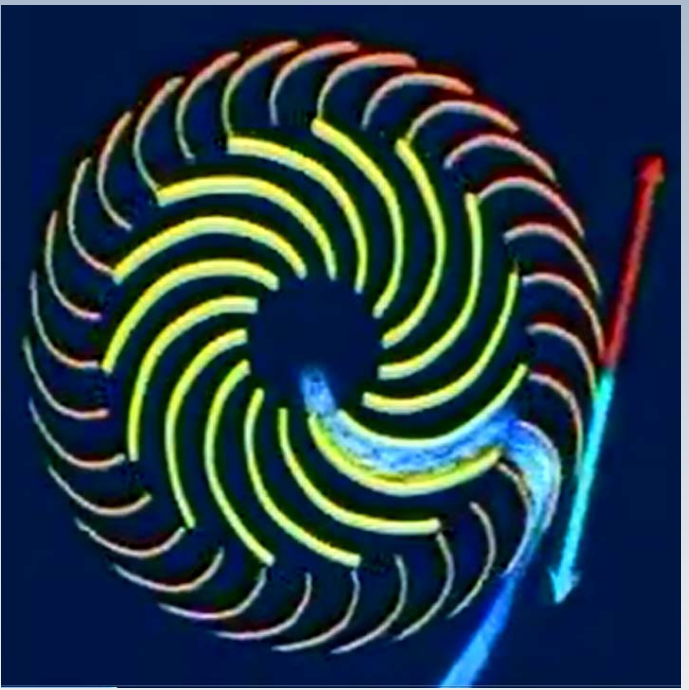
La turbine de B.Fourneyron

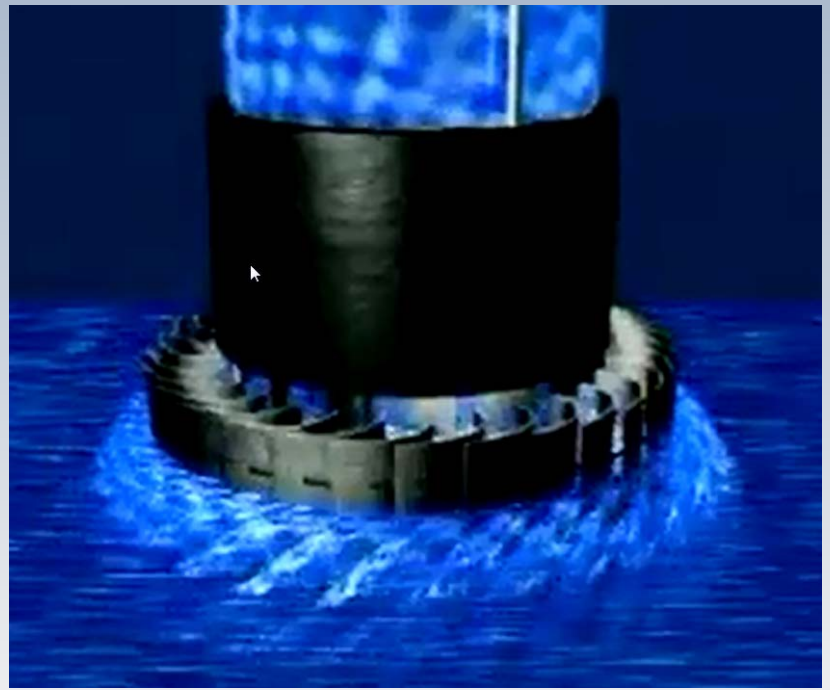
© Musée des arts et métiers, Cnam / Photo Studio Cnam

Maquette faite en bois, cuivre fer, laiton et acier (129 x 114 x 83 cm, 135 kg)

Elle a été fabriquée en 1844 par M. Eugène Philippe d’après l’idée de M. Benoît Fourneyron

La turbine de B.Fourneyron





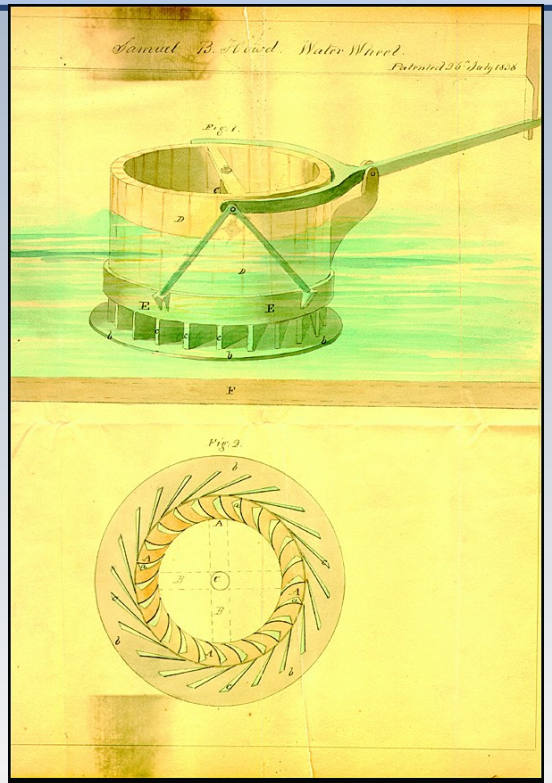
L’eau circule du centre vers la périphérie. La partie mobile est à l’extérieur

Un changement de direction

James B. Francis collaborait étroitement avec M. Uriah A. Boyden dans l'essai des premières turbines américaines de type Fourneyron. En 1847 il a testé avec succès un prototype de turbine de Fourneyron dont l'écoulement de l'eau était dans le sens inverse, c'est-à-dire, de la périphérie vers le centre. Un tel type de roue avait était suggéré par V. Poncelet en 1826 et un brevet avait été accordé à M. Samuel B. Howd, de Geneva, N. Y., en 1836 pour ce concept.

Dans un premier temps, la turbine n'était qu'une Fourneyron inverse, mais rapidement il a été conclu qu'il fallait aussi tourner les aubes vers le bas pour augmenter son efficacité.

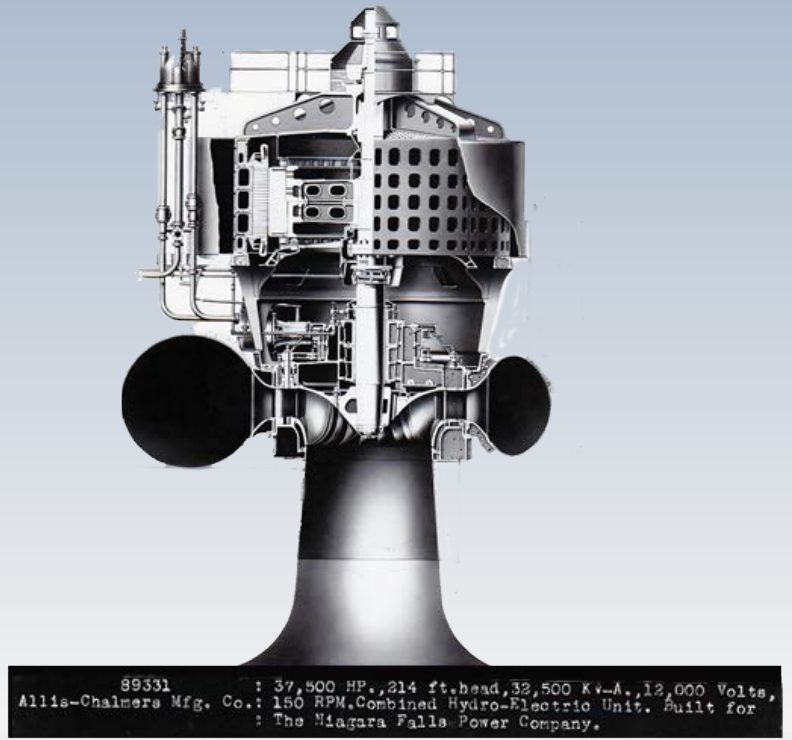
Le brevet de Samuel Howd, 1836



Patent drawing for water wheel, 1838
Samuel B. Howd, Geneva, New York
ink and watercolor on paper
Doodles, Drafts and Designs: Industrial Drawings from the Smithsonian

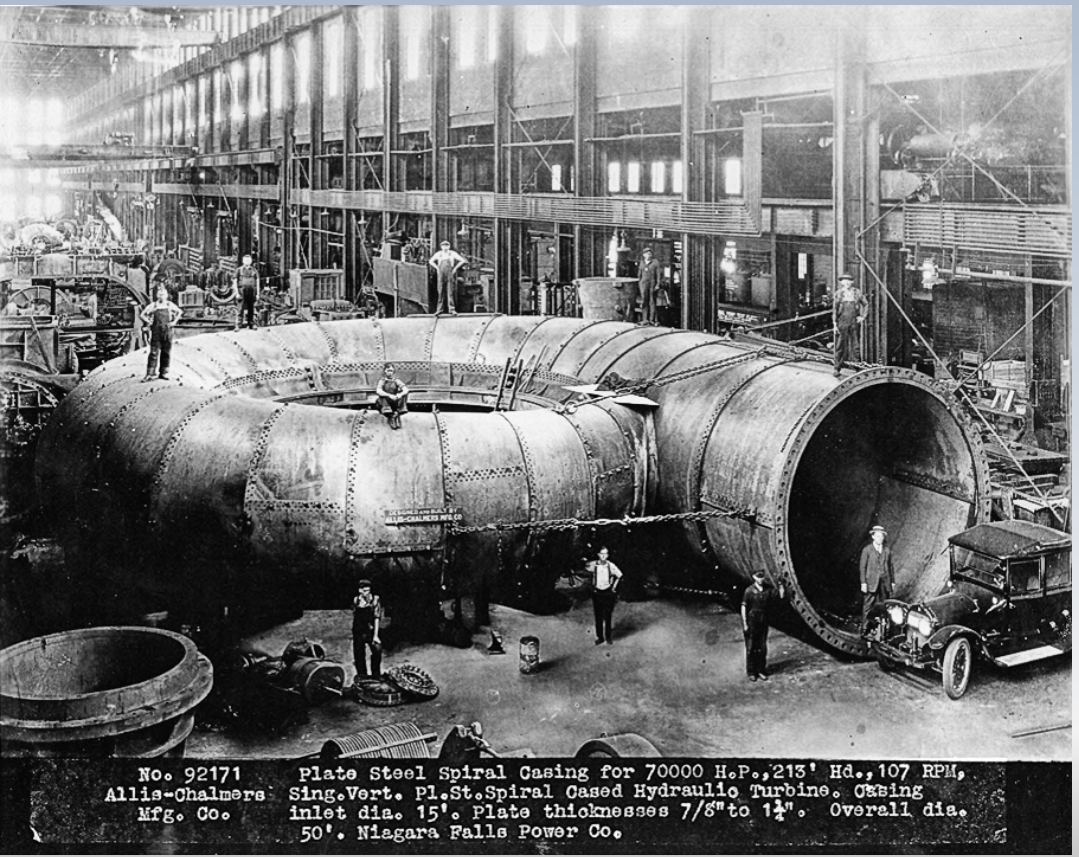
Smithsonian Institution
http://www.sil.si.edu/exhibitions/doodles

Développement industriel



En 1919, la Niagara Power Co. a installé trois turbines de 37,500 HP opérant à 150 rpm pour une chute de 213,5 m. Les 2 unités fournies par I. P. Morris Co. ont montrée une efficacité de 93,3% sur le terrain et l'unité fournie par Allis Chalmers Mfg Co., a atteint approximativement la même efficacité.

Développement industriel



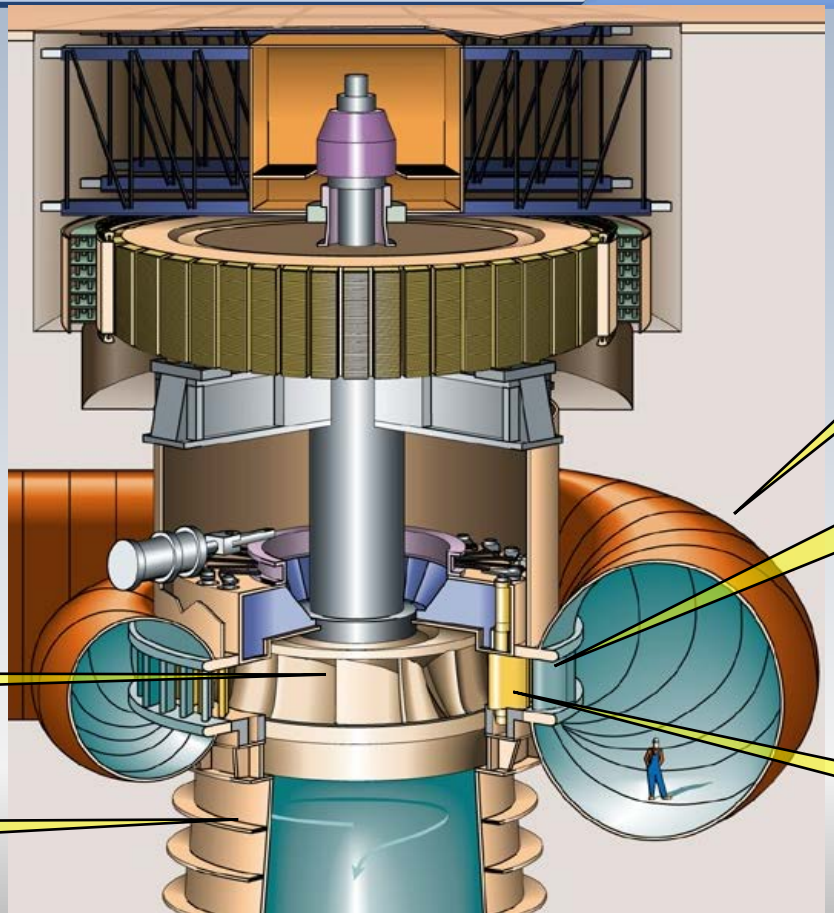
En 1923, la Niagara Falls Power Co. a installé trois autres turbines pour la tête de 213,5 m, mais opérant à 107 rpm pour une production de puissance de 70,000 HP par unité. C'était la plus grande installation de l'époque. Les unités de I.P. Morris et de l'Allis Chalmers ont atteint encore le même rendement, à savoir 93,8%.

Développement industriel

La centrale de Beauharnois au fil de l'eau sur le fleuve Saint Laurent a été construite en trois phases entre 1929 et 1961. Après réhabilitation , elle compte avec 38 groupes turbines-alternateurs pouvant produire 1903 MW mégawatts

La centrale en 1930

Composantes



Turbines modernes

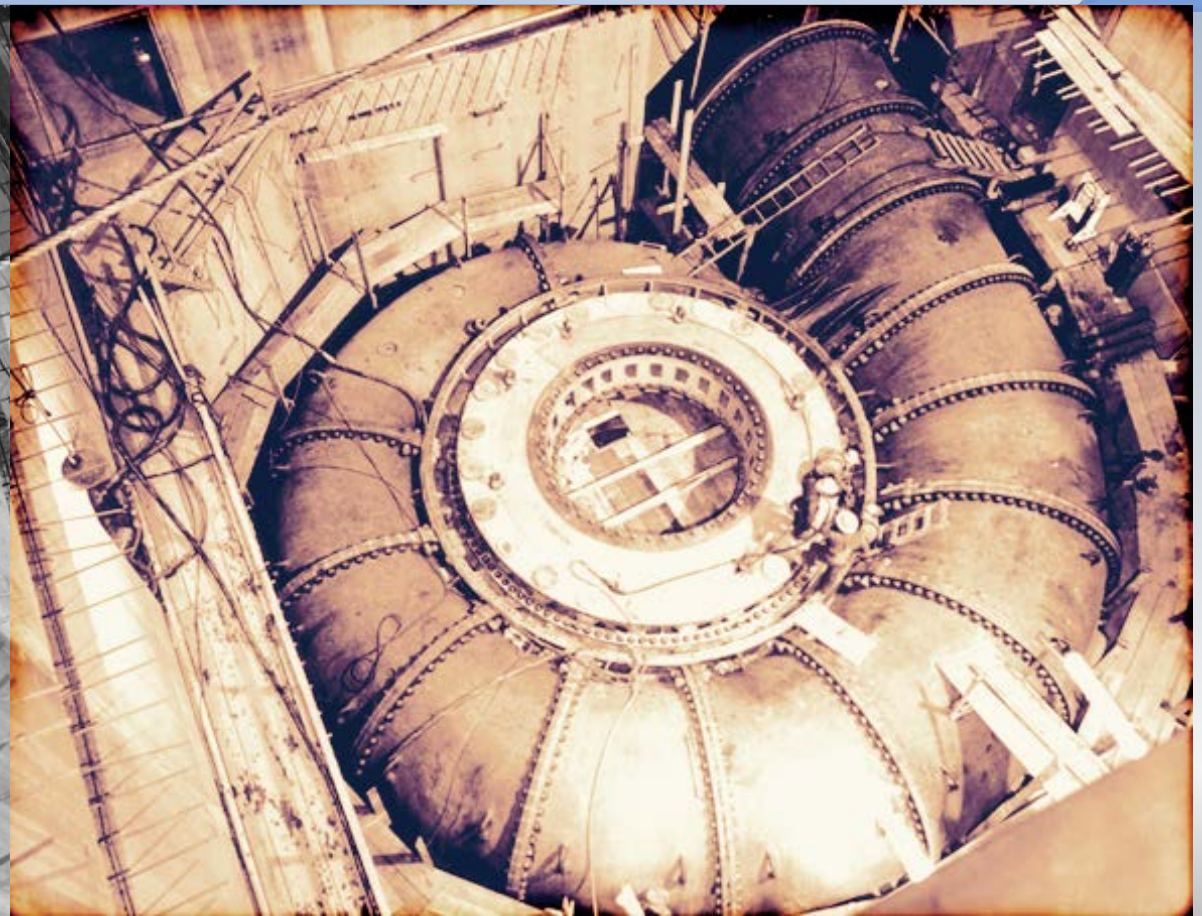
Roue

Turbines modernes

Aubes directrices

Turbines modernes

Bâche spirale

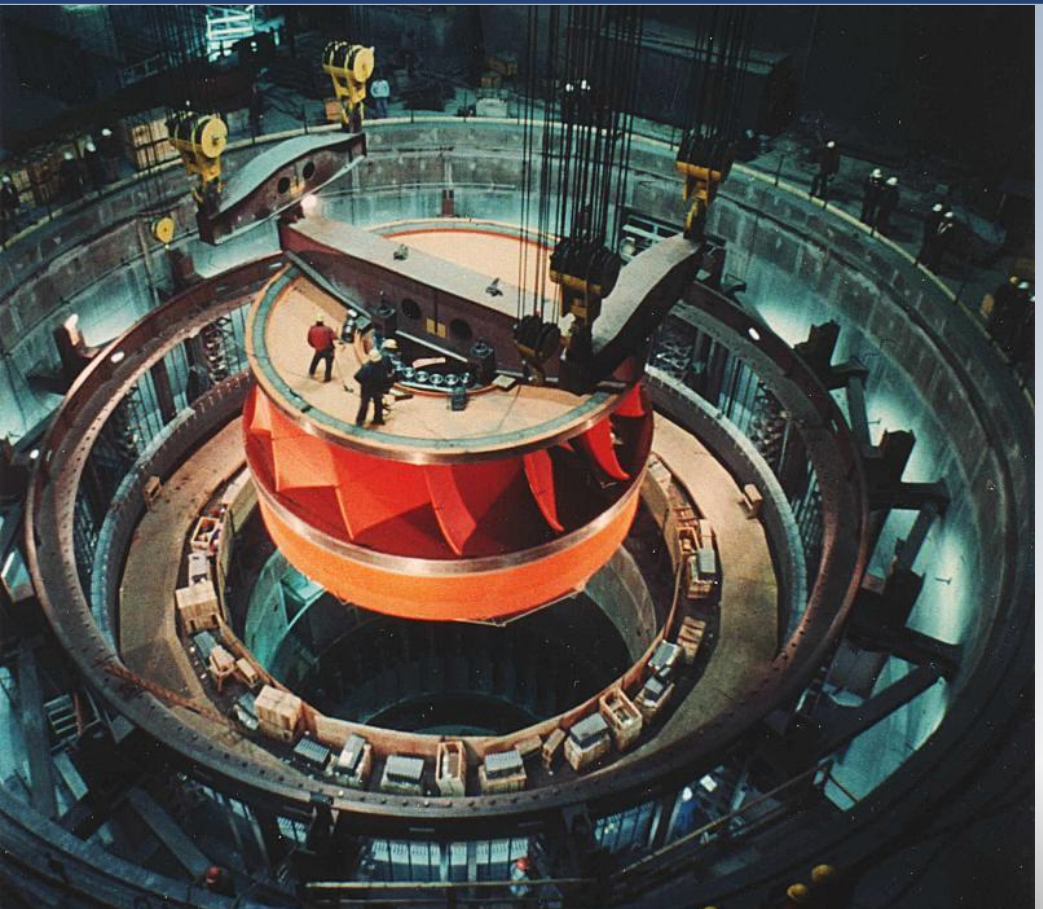


Turbines modernes

Bâche spirale

Turbines modernes

Installation



Diffuseur ou aspirateur

Diffuseur ou aspirateur

L’aspirateur ou diffuseur convertit l’ énergie cinétique résiduelle à la sortie de la roue en énergie de pression. En particulier, il créé une dépression à la sortie de la roue, dont l’origine du nom qui lui est attribué.

Cet organe est formé soit par un divergent, ou bien par un divergent comportant une déviation de 90º. Ce dernier permet d’accomplir la tache de récupération de pression en limitant en profondeur de l’excavation. La partie verticale est fondamentalement conique. La section circulaire de celle-ci devient rectangulaire dans le coude pour le demeurer ainsi dans la partie horizontale divergente.

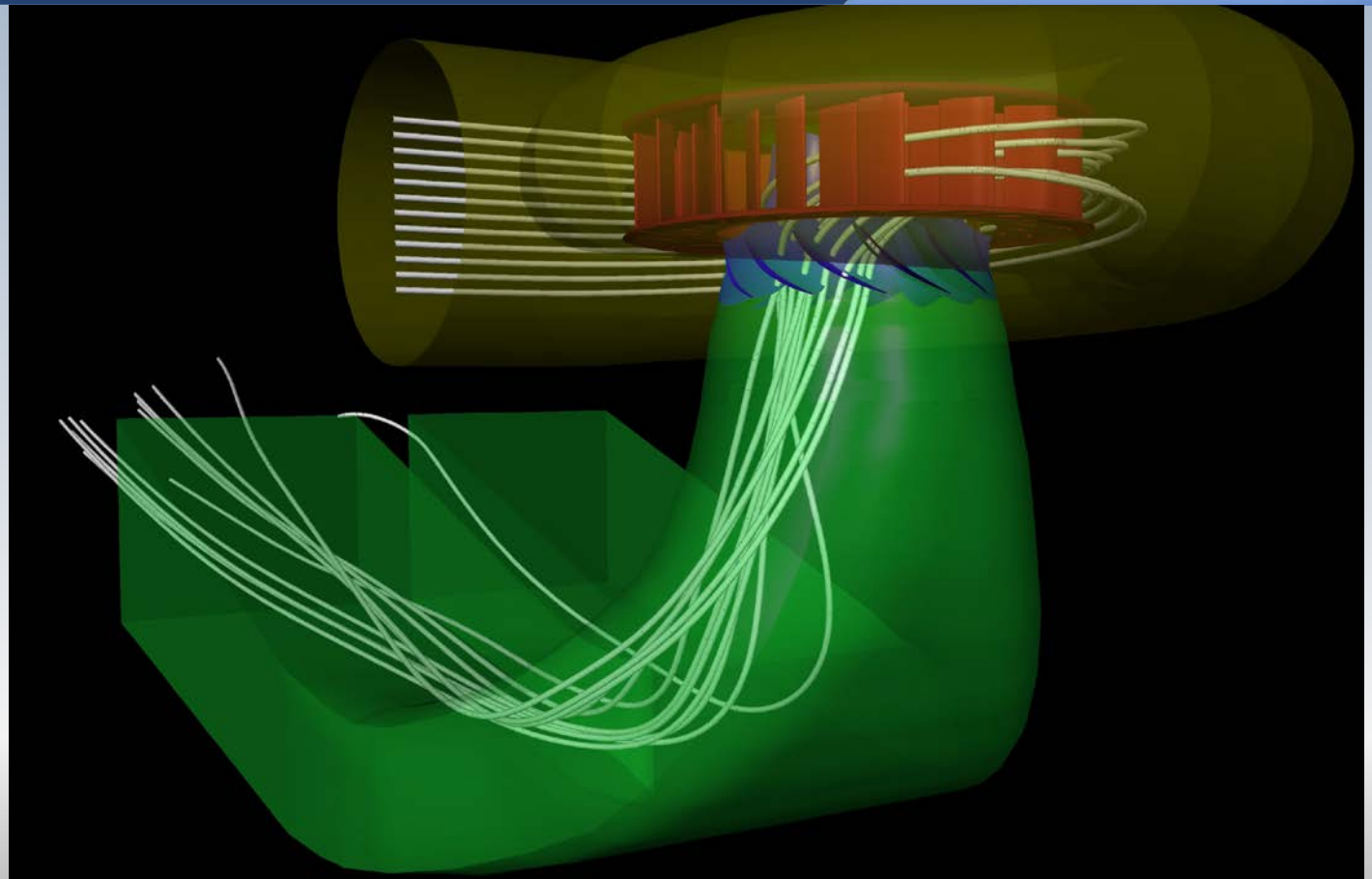
Turbines modernes

Aspirateur

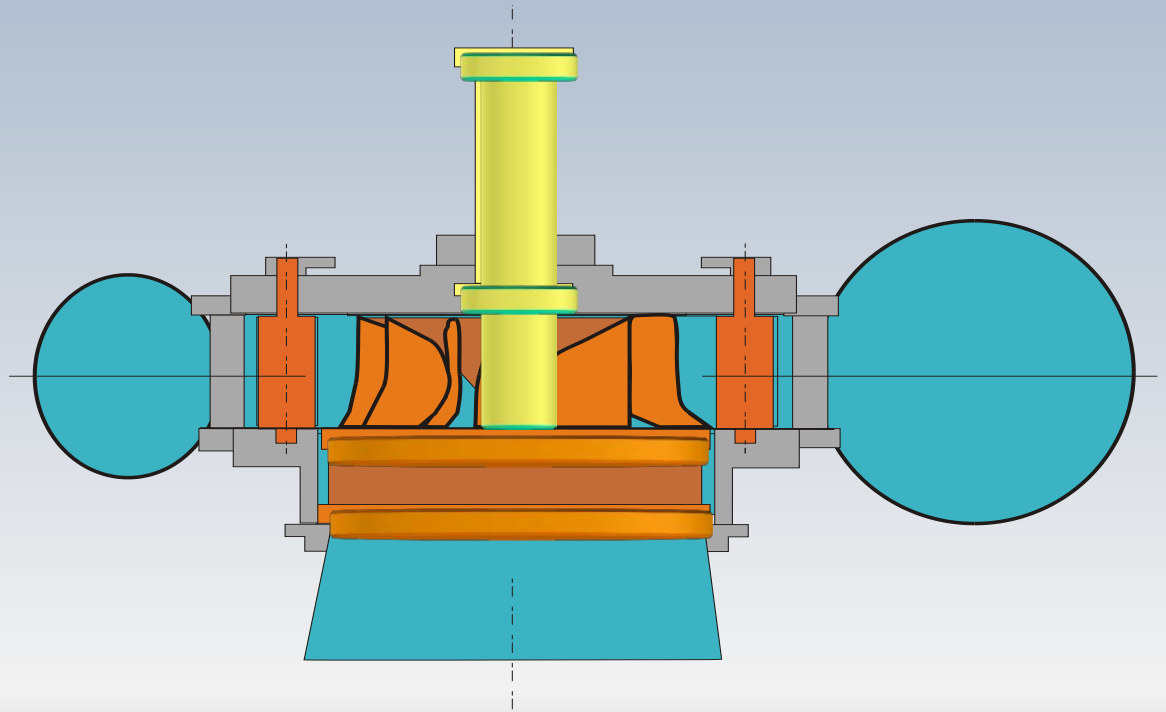
Turbines modernes

Aspirateur (Nedre Røssåga)

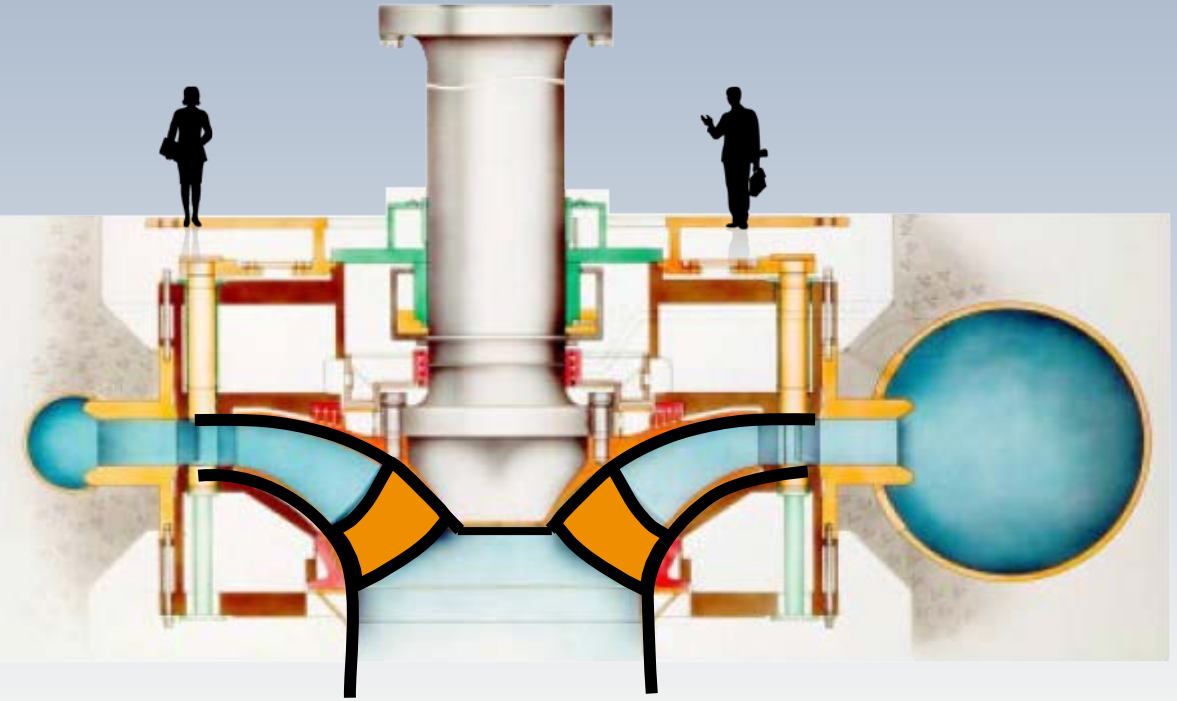
Simulation numérique



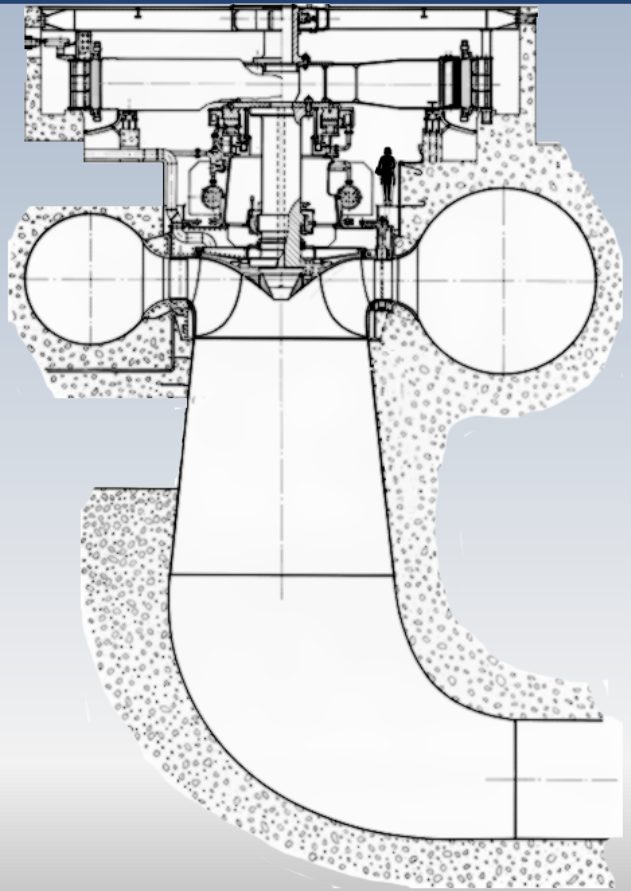
Coupe

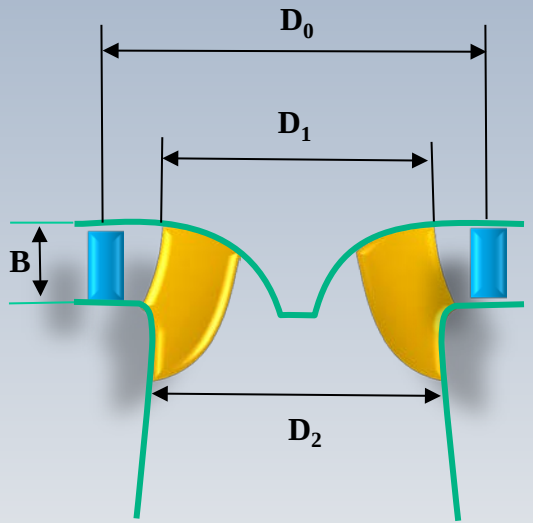


Schéma



Robert-Bourassa





P = 169 MW
H = 72 m
Q = 265 m^3/s
D_0 = 6,68 m

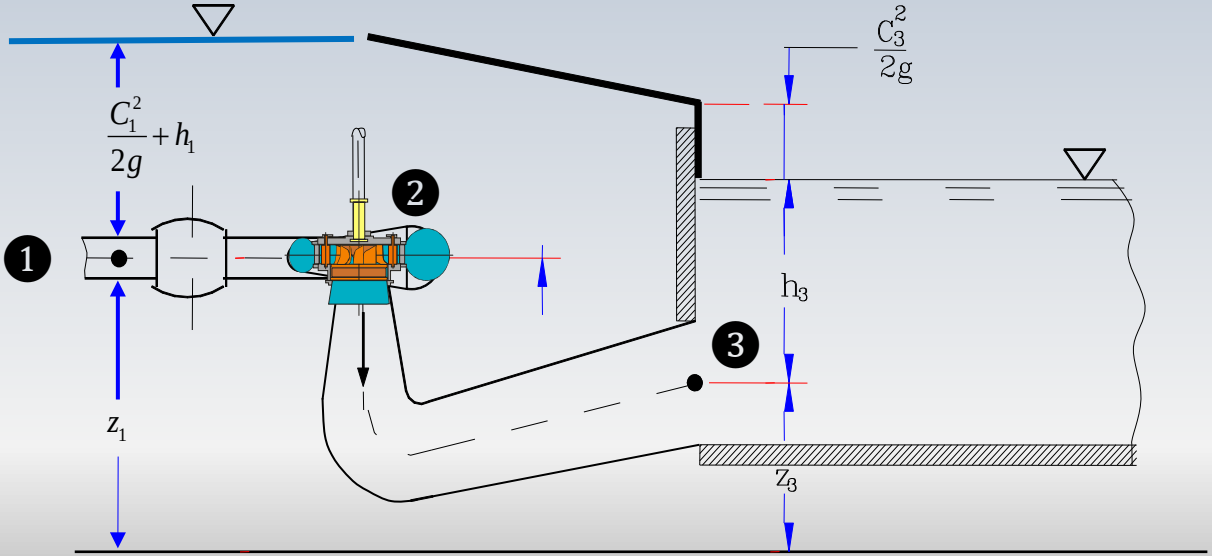
D_2 = 5,71m
D_1 = 2,35 m
B_0 = 1,4 m
n = 112,5 rpm

Agua del Toro

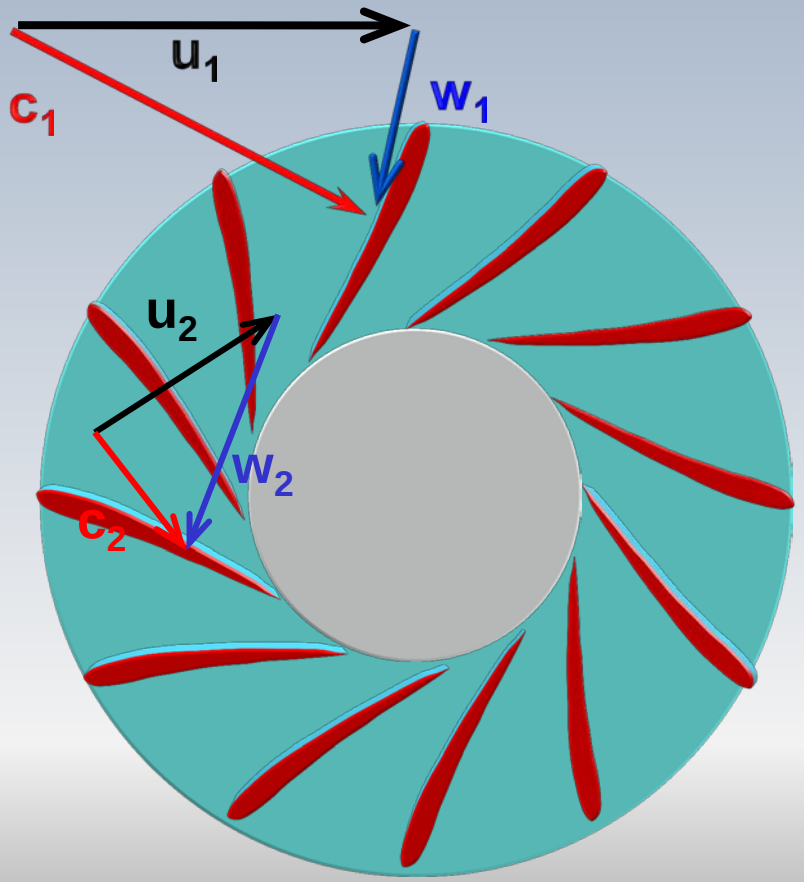
Deux Francis de 75 MW

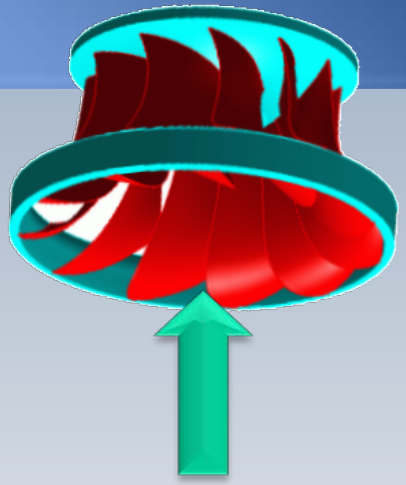
Rendement hydraulique

$$\eta_h = \frac{c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2}{gH} = \frac{\left(gh_1 + \frac{c_1^2}{2}\right) - \left(gh_3 + \frac{c_3^2}{2}\right) - pertes}{\left(gh_1 + \frac{c_1^2}{2}\right) - \left(gh_3 + \frac{c_3^2}{2}\right)}$$

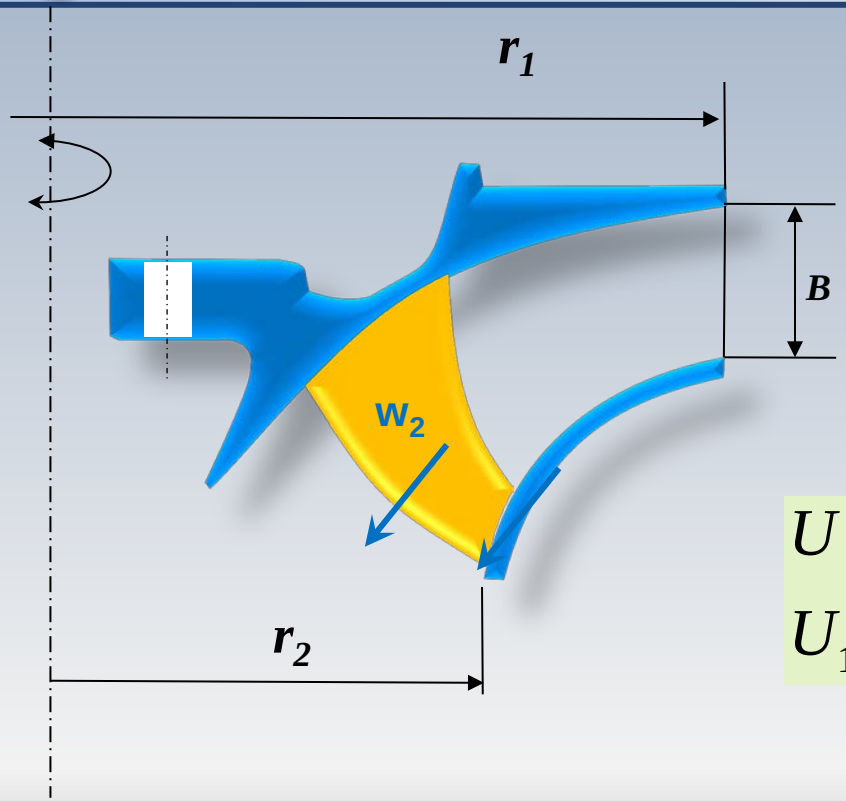


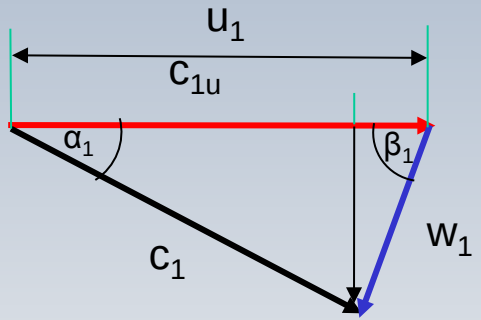
Triangle de vitesses





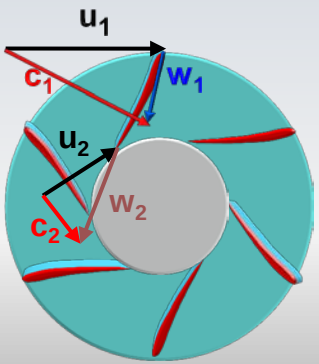
Triangle de vitesses



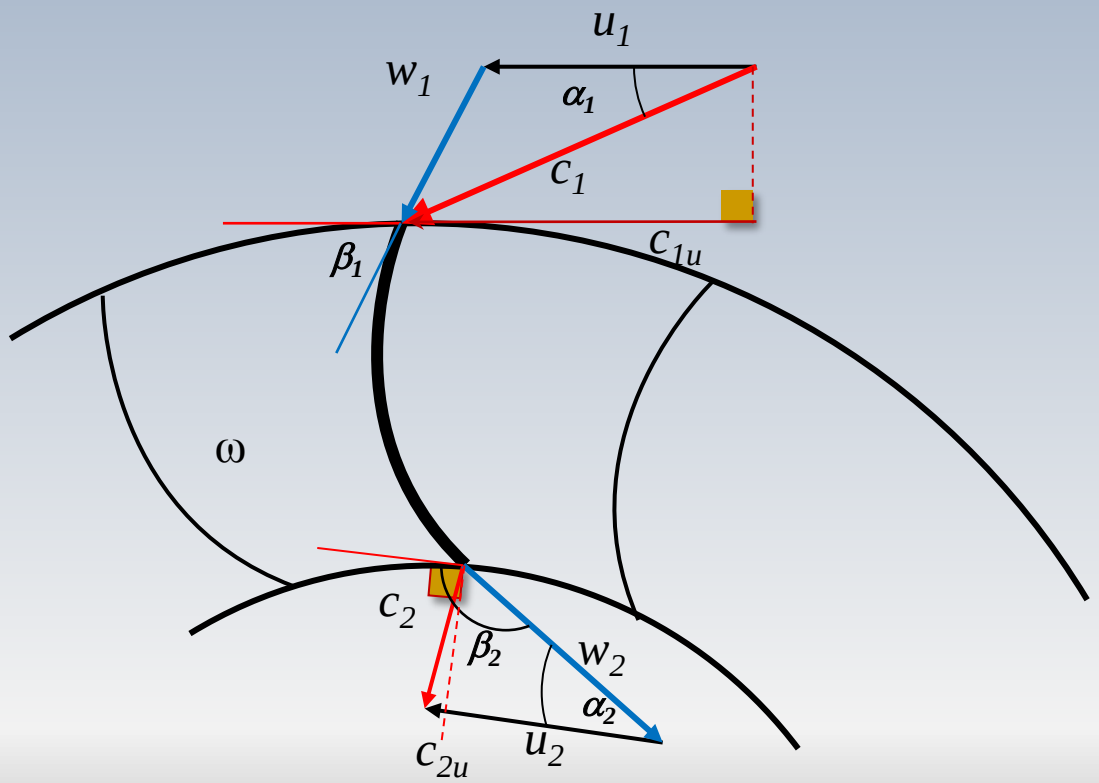


$$U = r\omega$$

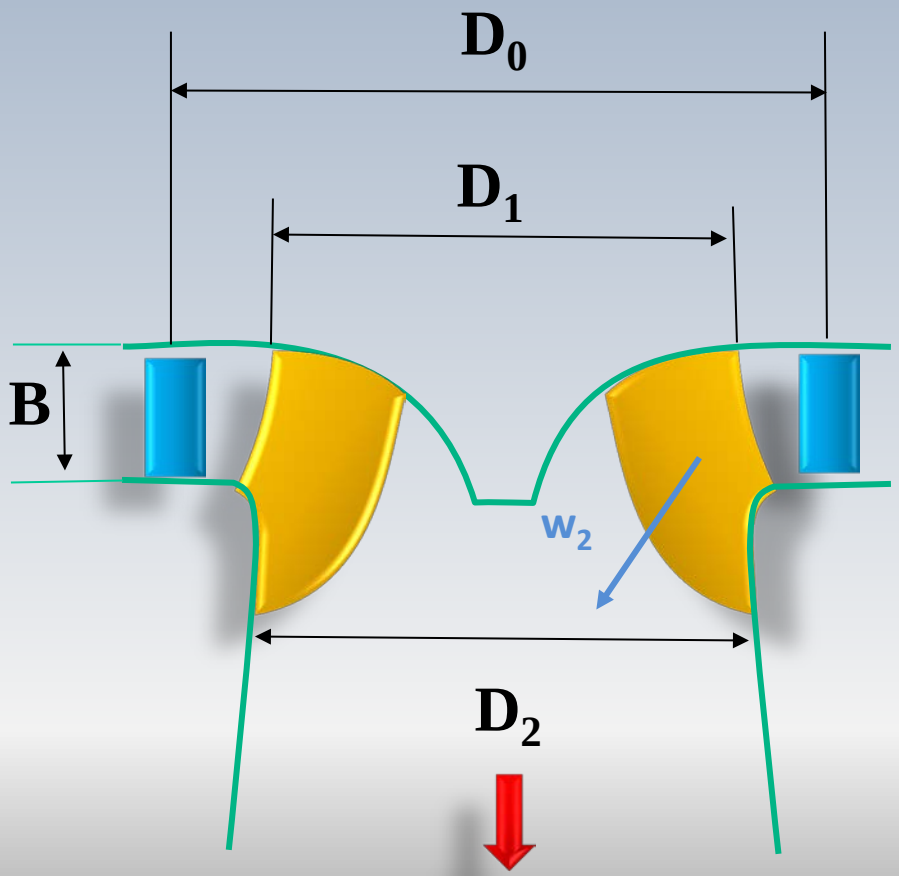
$$U_1 > U_2$$



Triangle de vitesses II

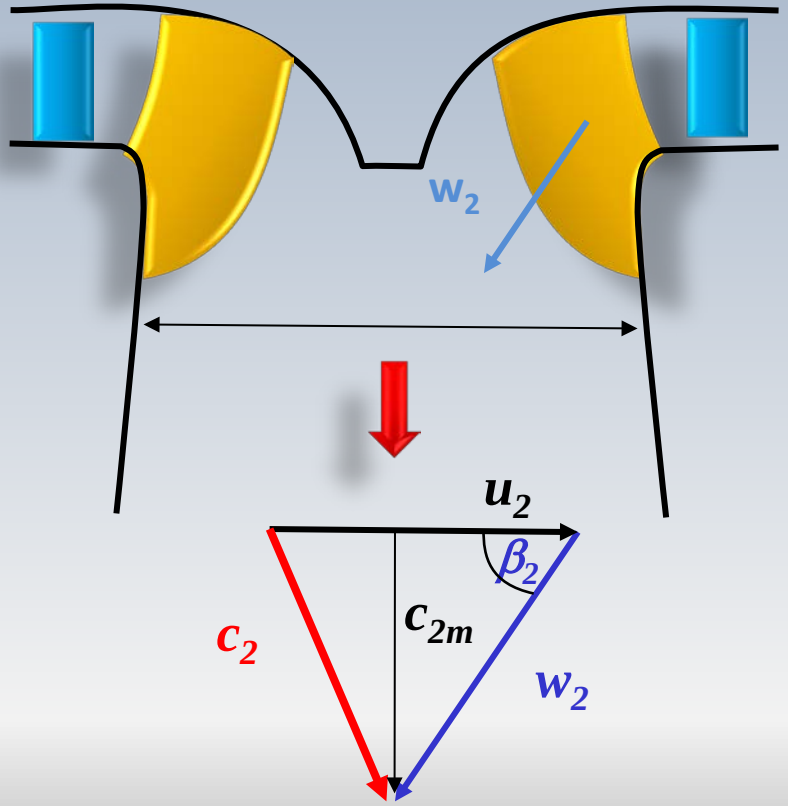


Dimensions

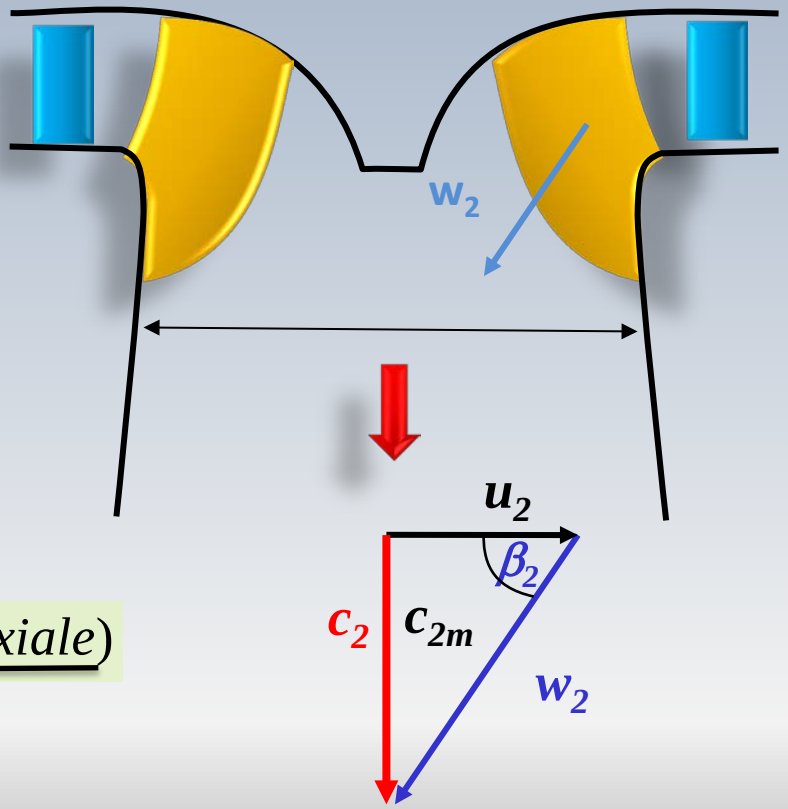


- D_2: Diamètre à la sortie
- D_0, D_1: Diamètres à l'entrée
- B: Hauteur à l'entrée

Conditions de sortie

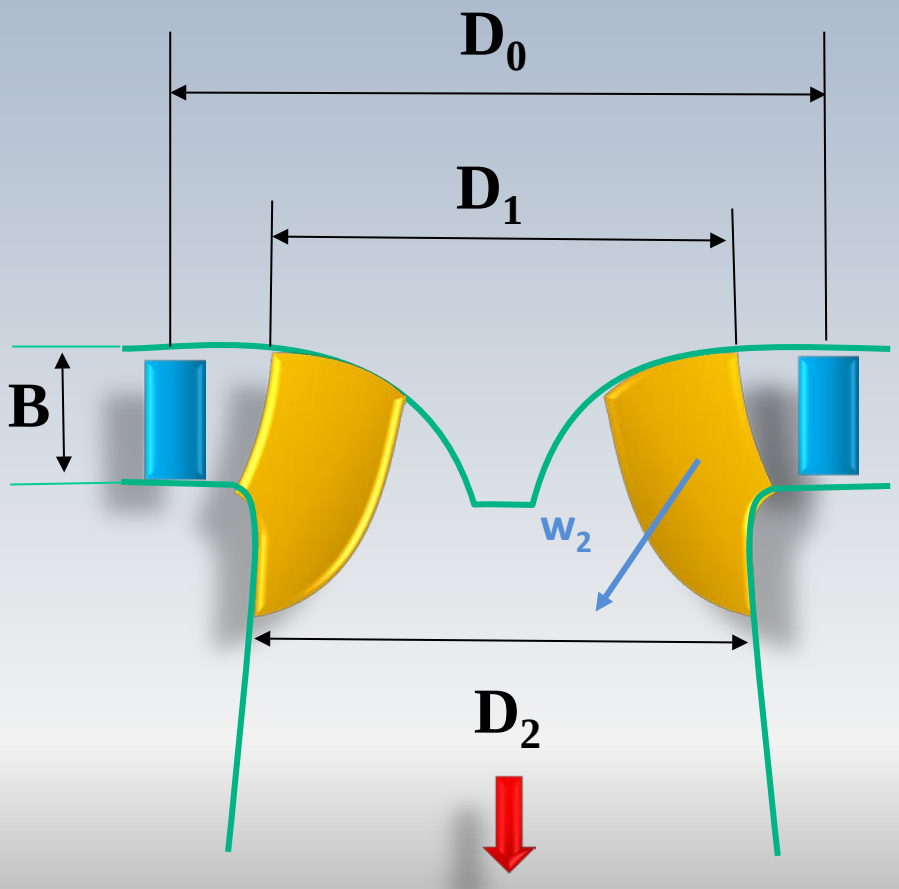


Point nominal



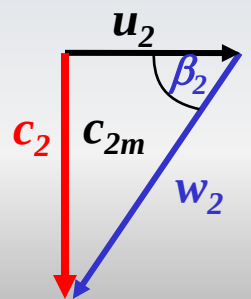
$$c_{2m} = u_2 \tan \beta_2 \ \underline{(sortie\ axiale)}$$

Quantités à la sortie

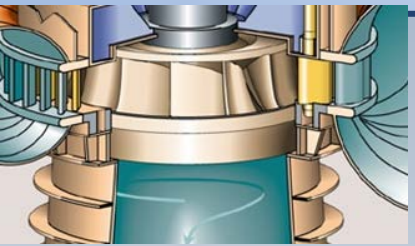


$$Q = \frac{c_{2m}\pi D_2^2}{4} \Rightarrow D_2 = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c_{2m}}}$$

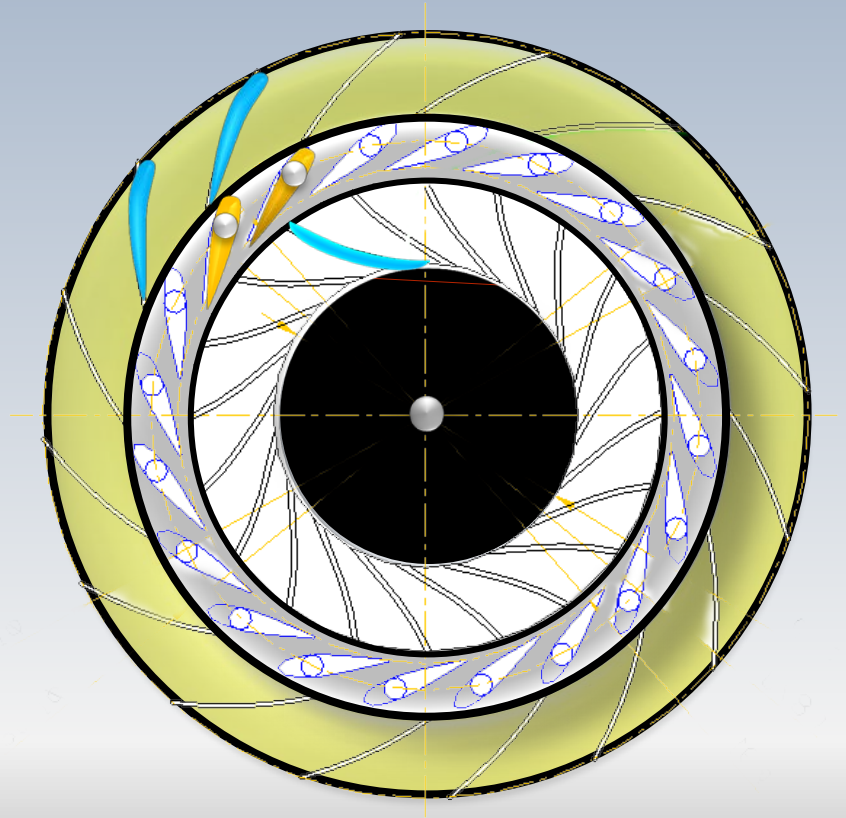
$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} \Rightarrow n = \frac{60u_2}{\pi D_2}$$



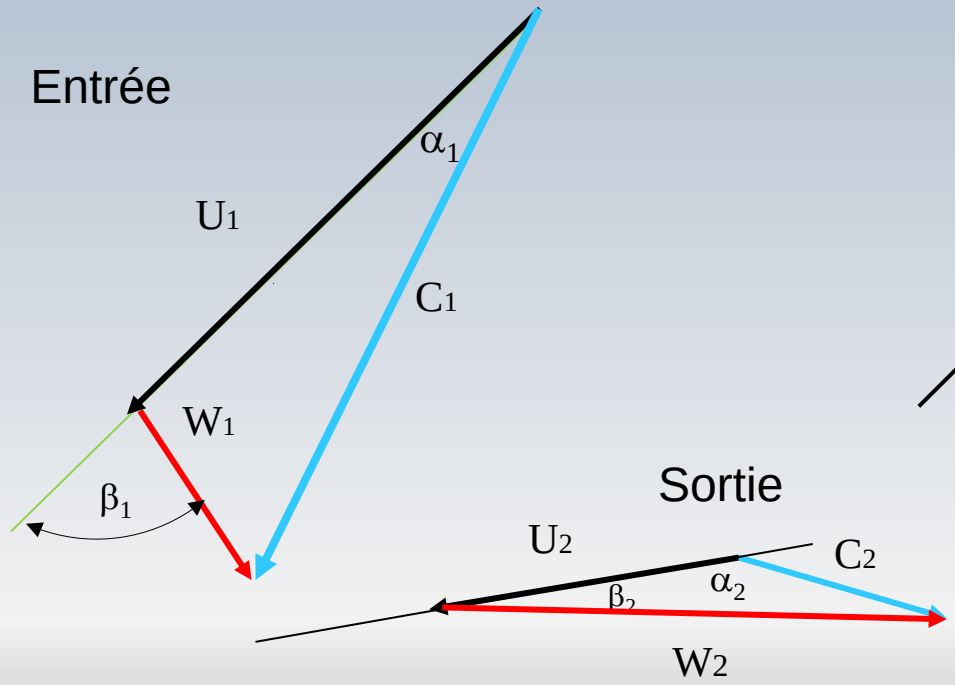
Roue Francis

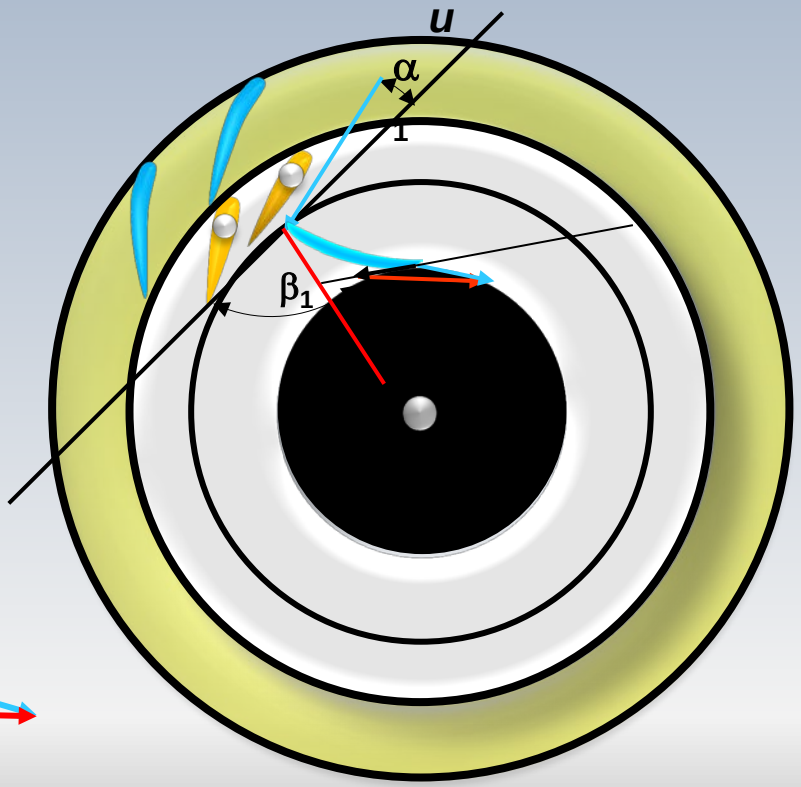


On cherche une expression théorique pour exprimer la vitesse de l'écoulement à l'entrée du rotor en fonction de la vitesse de rotation et de quantités géométriques de base.

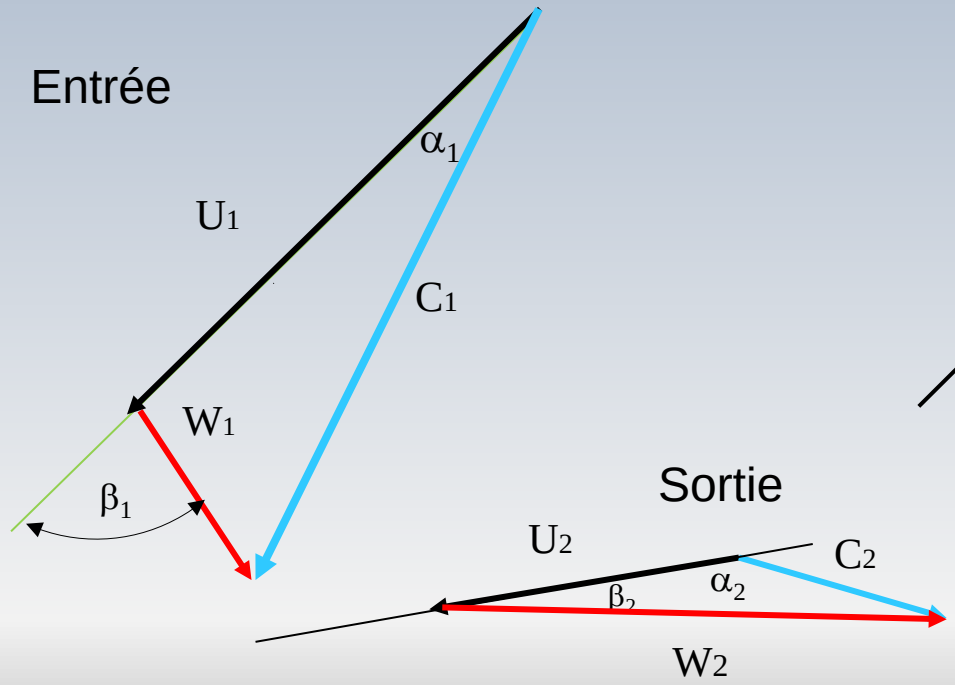


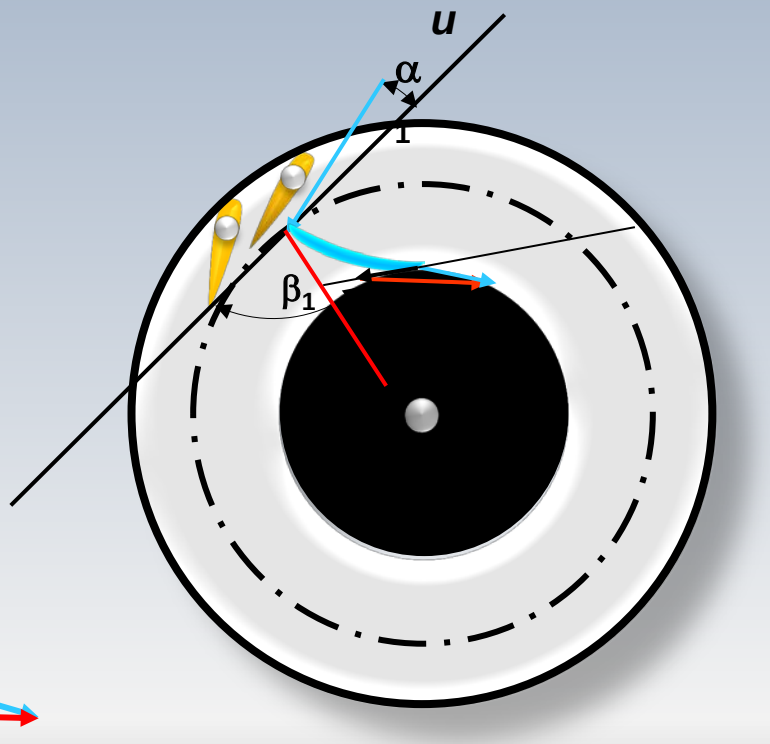
Roue Francis





Roue Francis



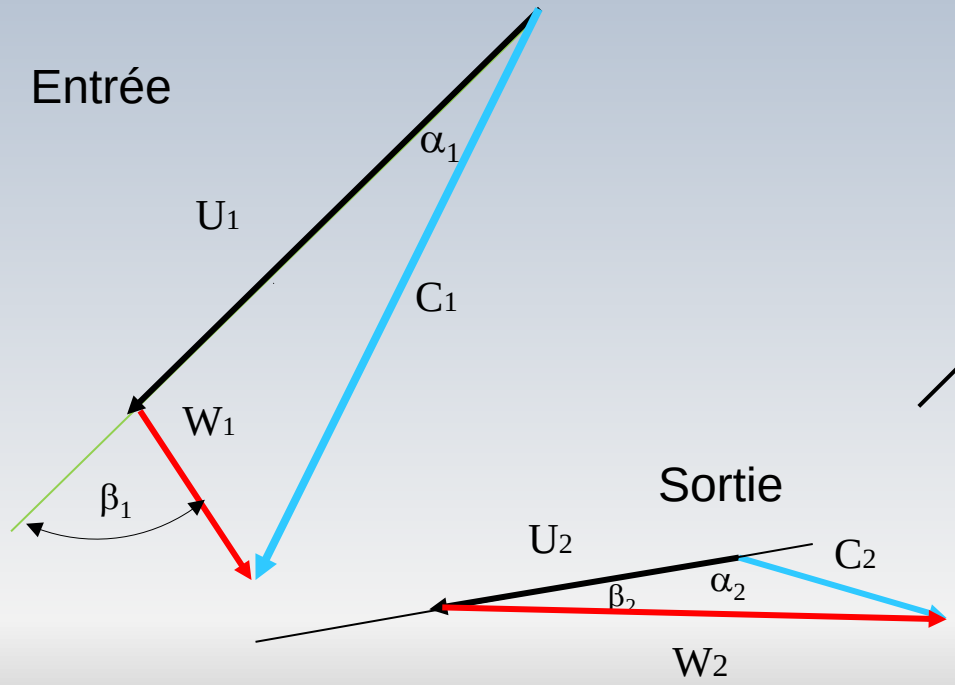


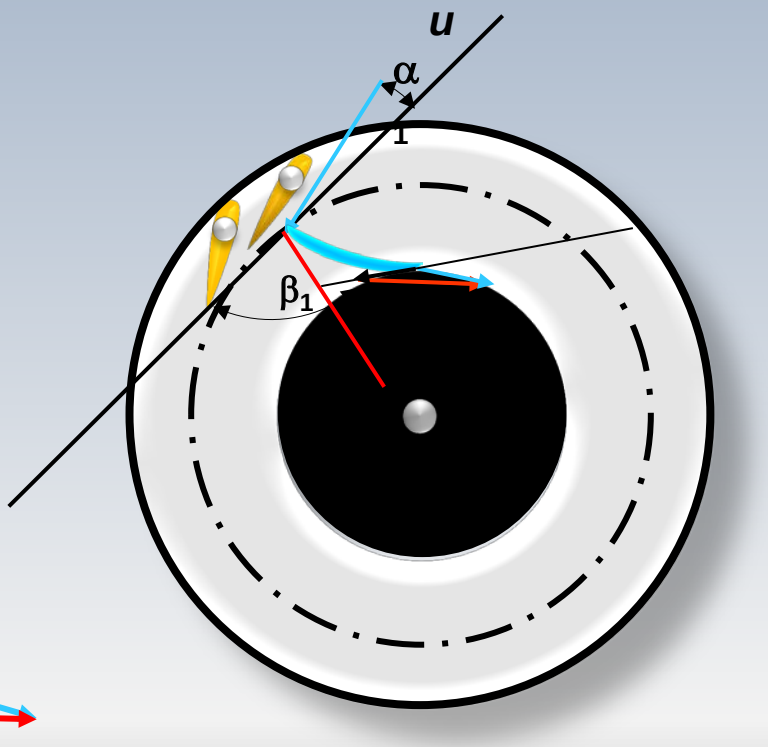
$$c_{1m} = c_1 \sin\alpha_1 = w_{1m}$$

$$c_{1u} = c_1 \cos\alpha_1 = u_1 + w_1 \cos\beta_1$$

$$c_{2m} = c_2 \sin\alpha_2 = w_{2m}$$

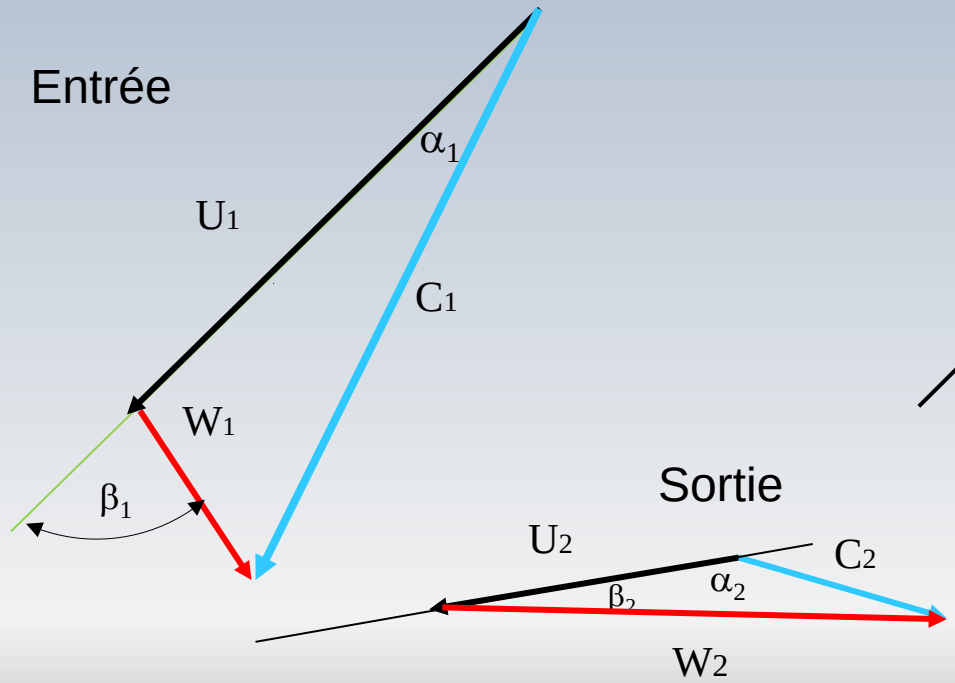
$$c_{2u} = c_2 \cos\alpha_2 = u_2 - w_2 \cos\beta_2$$

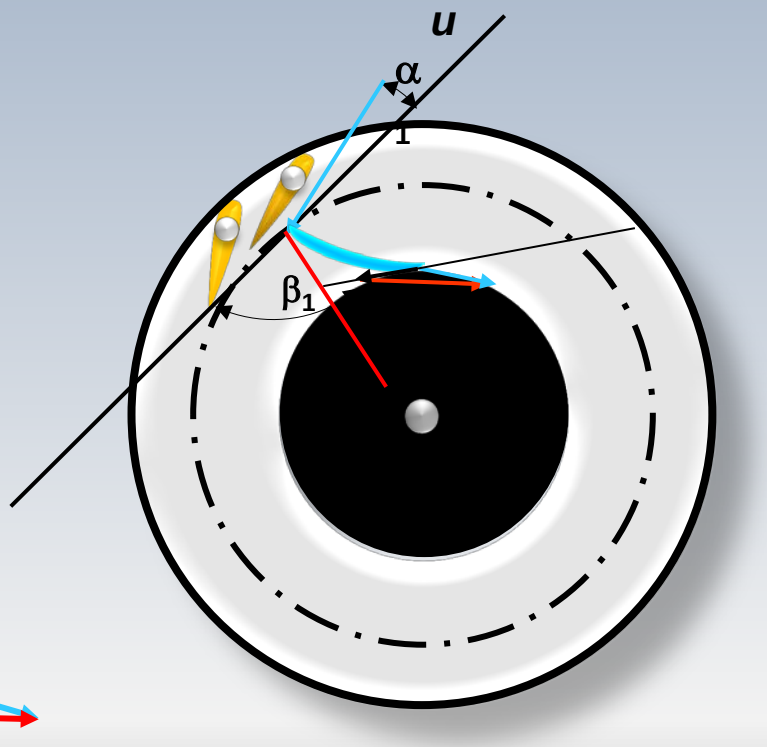




$$\tan\beta_1 = \frac{w_{1m}}{w_{1u}} = \frac{c_1 \sin\alpha_1}{c_1 \cos\alpha_1 - u_1}$$

$$\tan\beta_2 = \frac{w_{2m}}{w_{2u}} = \frac{c_2 \sin\alpha_2}{u_2 - c_2 \cos\alpha_2}$$





Roue Francis

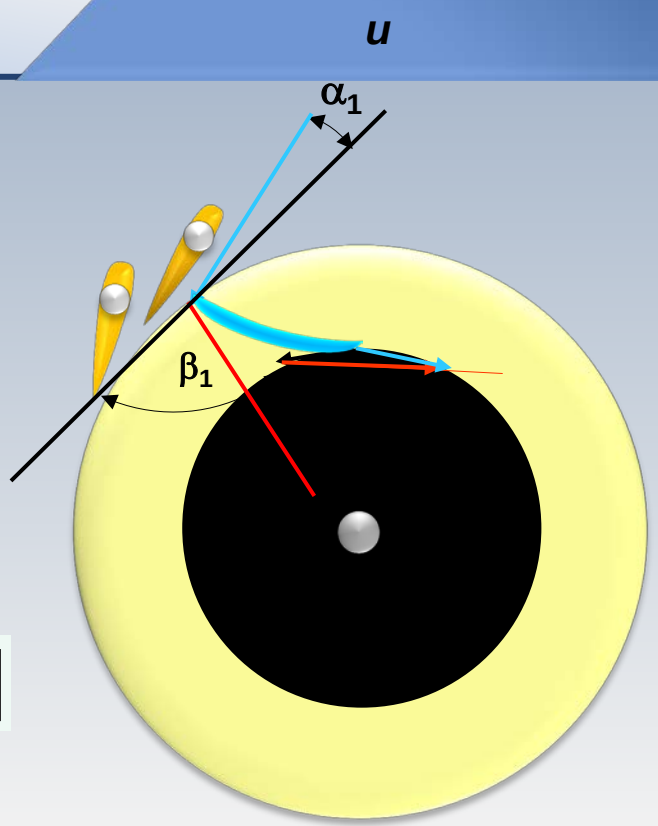
$$\dot{W} = M\omega$$

$$M = \dot{m}(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}) = \rho Q(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u})$$

$$= \rho Q\left[r_2(u_2 - w_2 \cos\beta_2) - r_1 c_1 \cos\alpha_1\right]$$

$$= \rho Q\left[r_2(r_2\omega - w_2 \cos\beta_2) - r_1 c_1 \cos\alpha_1\right]$$

$$\dot{W} = \rho Q\omega\left[r_2(r_2\omega - w_2 \cos\beta_2) - r_1 c_1 \cos\alpha_1\right]$$



Roue Francis

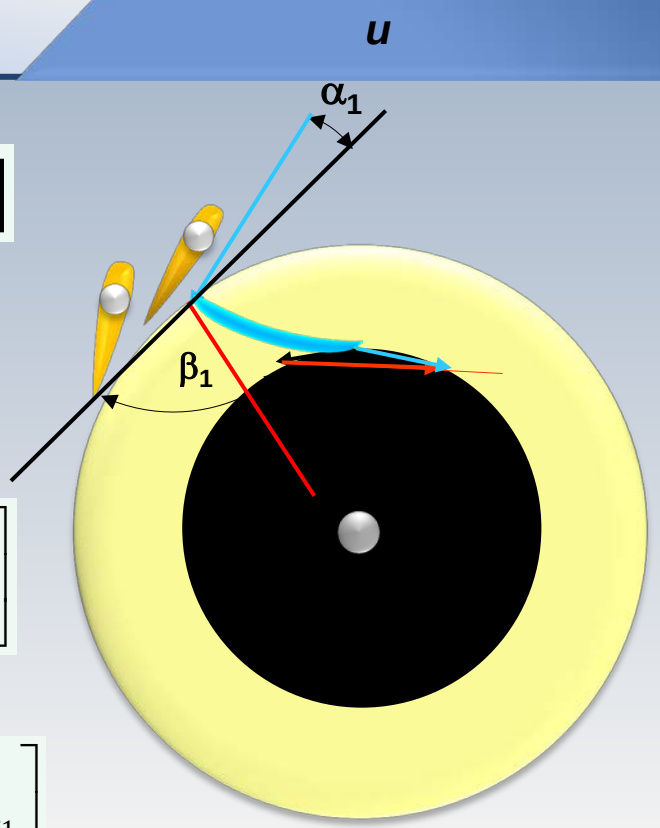
$$\dot{W} = \rho Q \omega \left[r_2 (r_2 \omega - w_2 \cos\beta_2) - r_1 c_1 \cos\alpha_1 \right]$$

$$w_1 = \frac{c_1 \cos\alpha_1 - u_1}{\cos\beta_1}$$

$$w_1 = w_2 (idéalisation)$$

$$\dot{W} = \rho Q \omega \left[r_2 \left(r_2 \omega - \frac{c_1 \cos\alpha_1 - u_1}{\cos\beta_1} \cos\beta_2 \right) - r_1 c_1 \cos\alpha_1 \right]$$

$$\dot{W} = \rho Q \omega \left[r_2 \left(r_2 \omega - (c_1 \cos\alpha_1 - u_1) \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} \right) - r_1 c_1 \cos\alpha_1 \right]$$



Optimisation

Si la puissance produite est considérée comme étant une quantité positive, alors:

$$\dot{W} = \rho Q \omega \left[r_1 c_1 \cos\alpha_1 - r_2 \left(r_2 \omega - (c_1 \cos\alpha_1 - u_1) \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} \right) \right]$$

Afin de maximiser cette puissance en fonction de la vitesse de rotation ω on a:

$$\frac{\partial \dot{W}}{\partial \omega} = \rho Q \left[r_1 c_1 \cos\alpha_1 - r_2 \left(r_2 \omega - (c_1 \cos\alpha_1 - u_1) \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} \right) \right] + \rho Q \omega \left[-r_2 (r_2 + r_1) \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} \right] = 0$$

$$c_1 = \frac{2\omega r_2 \left(r_2 + r_1 \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} \right)}{\cos\alpha_1 (r_1 + r_2)}$$

Coefficients ξ φ λ μ κ

Dans l'industrie, on utilise des coefficients empiriques pour quantifier diverses vitesses dans la turbine en fonction de la vitesse maximale théorique générée par la chute ***H*.** En particulier:

$$u_1 = \xi_1 \sqrt{2gH_n}, \quad c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH_n}, \quad w_1 = \lambda_1 \sqrt{2gH_n}$$

$$c_{1u} = \mu_1 \sqrt{2gH_n} \qquad c_{1m} = \kappa_1 \sqrt{2gH_n}$$

$$\boxed{\eta_h = \frac{c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1}{gH_n} = 2(\xi_1\mu_1 - \xi_2\mu_2)}$$

Coefficients ξ φ λ μ κ

Le degré de réaction

$$R = \frac{\Delta h_{0(2-1)} + c_1^2/2 - c_2^2/2}{\Delta h_{0(2-1)}} = 1 - \frac{c_2^2/2 - c_1^2/2}{\Delta h_{0(2-1)}}$$

$$\Delta h_{0(2-1)} = W_e = gH_n$$

$$R = 1 - \frac{c_2^2 - c_1^2}{2gH_n}$$

$$c_1 = \varphi_1\sqrt{2gH_n}$$

$$c_2 = \varphi_2\sqrt{2gH_n}$$

$$R = 1 - (\varphi_2^2 - \varphi_1^2)$$

$$R = 1 \rightarrow \quad c_1 = c_2$$

$$R = 0 \quad \rightarrow \quad H_n = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$$

Rappel

Vitesse-Diamètre spécifique

La vitesse spécifique et le diamètre spécifique, sont deux concepts issues de l'étude des lois de similitude des turbomachines. Ils sont donc très utiles pour la conception de turbomachines appartenant à des familles similaires (homothétiques) et constituent une base pour le classement de chaque turbomachine. En fait, avec ces chiffres adimensionnels, on peut déterminer la turbomachine la plus adéquate pour une application donnée.

Vitesse-Diamètre spécifique

Remarques:

La vitesse spécifique fournit par le milieu industriel se réfère toujours au *point d'efficacité maximum*.

Roue lente :$\boldsymbol{n_s}$ faible

Roue rapide $\boldsymbol{n_s}$ élevée

Cependant, *les roues lentes tournent généralement vite* tandis *les roues rapides tournent généralement lentement*

Vitesse-Diamètre spécifique

$$\phi = \left(\frac{Q}{ND^3}\right) \Rightarrow N = \left(\frac{Q}{\phi D^3}\right)$$

$$\psi = \left(\frac{W_e}{N^2 D^2}\right) \Rightarrow N = \left(\frac{W_e}{\Psi D^2}\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow D^2 = \frac{Q/\phi}{(W_e/\Psi)^{1/2}} \Rightarrow D = \frac{Q^{1/2}}{(W_e)^{1/4}} \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}$$

$$\Downarrow$$

$$D_s = \frac{D(W_e)^{1/4}}{Q^{1/2}} = \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}$$

$$\Rightarrow N = \frac{(W_e)^{3/4}}{Q^{1/2}} \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}} \Rightarrow N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(W_e)^{3/4}} = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}$$

Turbines

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$$

$$Q_{eq} = \frac{\dot{W}}{\rho g H}$$

$$\cancel{\rho}, \cancel{g}$$

$$N_s = \left(\frac{N\left(\frac{\dot{W}}{\rho g H}\right)^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \right)$$

$$\bar{N}_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

Turbines

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$$

AMÉRIQUE **EUROPE**

$$N_s = \underbrace{N\frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}}_{n_q} \Leftrightarrow \underbrace{N\frac{\sqrt{P}}{H^{5/4}}}_{n_s}$$

$$\bar{N}_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

$$P = \dot{W}$$

P : puissance, Q:débit, H=chute

- Les paramètres $\boldsymbol{n_s}$ et $\boldsymbol{n_q}$ sont des quantités <u>dimensionnelles</u>
- $\boldsymbol{n_s}$ ou $\boldsymbol{n_q}$ caractérisent la géométrie de la turbine.

Vitesse spécifique "pratique"

$$n_q = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

$\boldsymbol{n_q}$ correspond à la vitesse spécifique d'une machine, en *rpm*, qui est géométriquement similaire à une machine d'étalonnage opérant avec une tête de $H = 1\ m$ ($1pi$) et par laquelle circule un débit $Q = 1\ m^3/s$ ($1\ pi^3/s$)

Vitesse spécifique "pratique"

$$n_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}$$

$$n_s = 3.65 n_q$$

n_s correspond à la vitesse spécifique d'une machine, en rpm, qui est géométriquement similaire à une machine d'étalonnage opérant avec une tête de $H = 1\ m$ ($1pi$) et qui consomme (produit) une puissance de $P = 1\ CV$ ($1HP$)

Relation entre n_s et n_q

$$\frac{n_s}{n_q} = \frac{P^{1/2} n}{H^{5/4}} \frac{H^{3/4}}{Q^{1/2} n} = \frac{(\rho g)^{1/2} H^{1/2} Q^{1/2} / 735 H^{3/4} n}{H^{5/4} Q^{1/2} n} =$$

$$\frac{n_s}{n_q} = \sqrt{\frac{\rho g}{735}} = 3.65$$

Remarque: Ce facteur de conversion entre les deux vitesses spécifiques n_s et n_q n'est valable que pour des unités métriques et pour une puissance mesurée en des chevaux-vapeur (héritage du passé). Le cheval-vapeur ne fait pas partie du système international d'unités.

Variables réduites

En pratique industrielle, on définit pour les turbines hydrauliques, des variables dites réduites

Elles correspondent à un fonctionnement en similitude avec une chute $\boldsymbol{H}$ de $\mathbf{1}\ \boldsymbol{m}$ et un rotor ayant un diamètre de $\boldsymbol{D}$ de $\mathbf{1}\ \boldsymbol{m}$.

On note ces variables avec un double indice $\mathbf{1}$

Variables réduites

Vitesse angulaire réduite $\boldsymbol{N_{11}}$

$$\frac{N_{11} \times 1^2}{g \times 1} = \frac{N^2 \times D^2}{g \times H} \Rightarrow N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}$$

Débit réduit $\boldsymbol{Q_{11}}$

$$\frac{Q_{11}}{N_{11} \times 1^3} = \frac{Q}{N \times D^3} \Rightarrow Q_{11} = \frac{Q}{D^2 H^{3/2}}$$

Variables réduites

Puissance réduite $\boldsymbol{P_{11}}$

$$P_{11} = \frac{P}{D^2 H^{3/2}}$$

Les valeurs de $\boldsymbol{N_{11}}$, $\boldsymbol{Q_{11}}$ et $\boldsymbol{P_{11}}$ dépendent du système d'unités utilisé!

Équivalences

$$n_q = n_{11}\sqrt{Q_{11}}$$

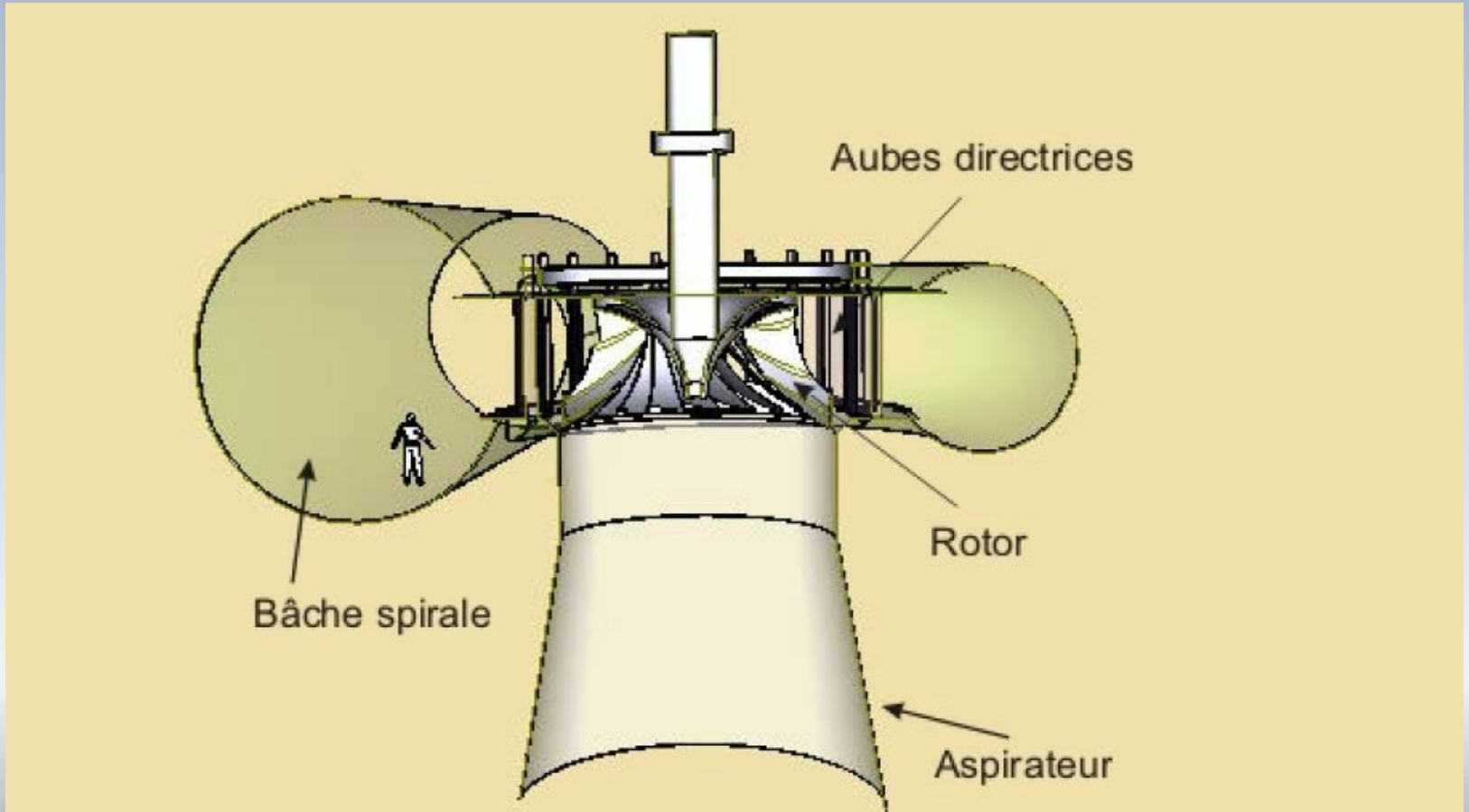
$$n_q = NQ^{1/2}H^{-3/4}$$

$$n_s = N\dot{W}^{1/2}H^{-5/4}$$

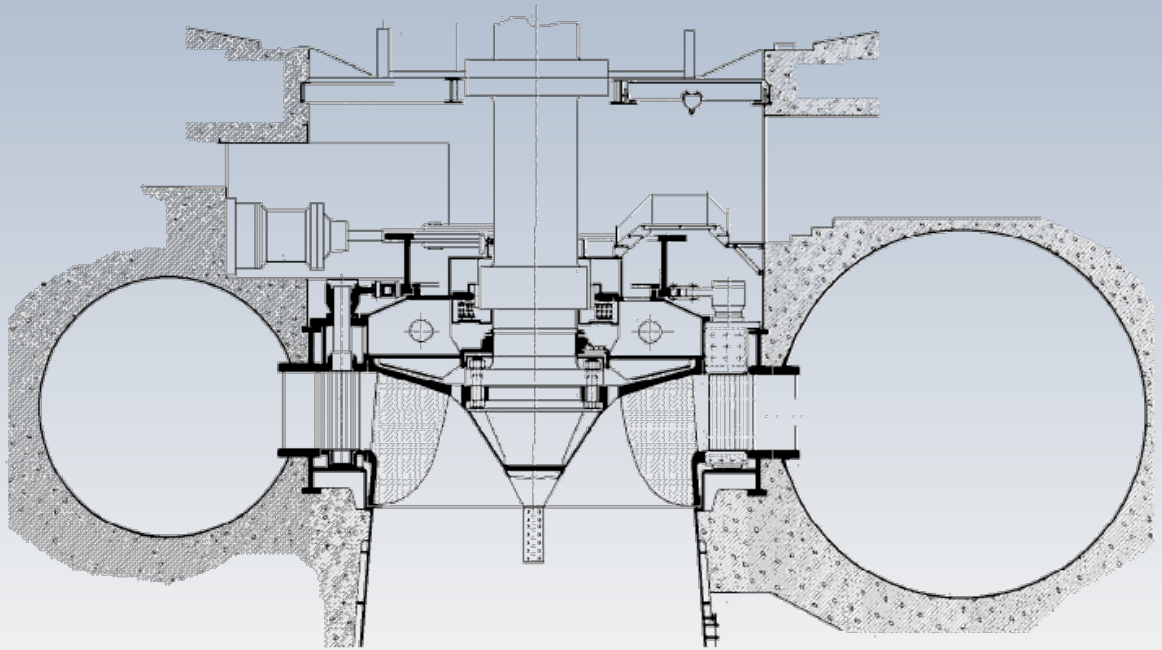
$$n_s = 3.65 n_q$$

Le coefficient n'est valable que pour des unités métriques avec la puissance mesurée en chevaux-vapeur.

Turbine Francis



Turbine Francis



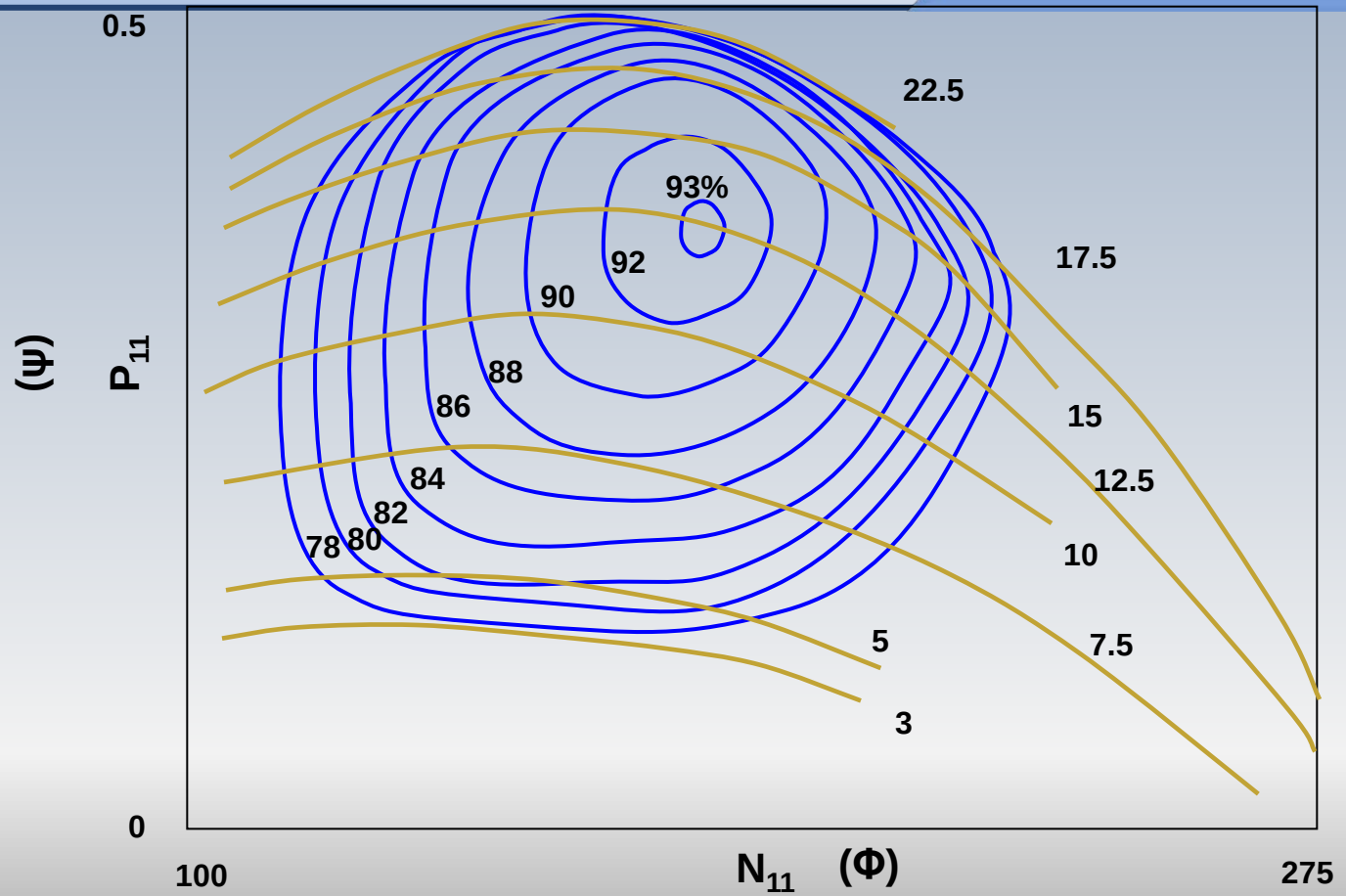
Colline de rendement

Pour construire la **colline de rendement**, on effectue une série d'essais pour différentes ouvertures. Par la suite, on convertit la chute $H(m)$ et le débit $Q(m^3/s)$ sous une forme pratique industrielle, P_{11} et N_{11}, par exemple, ou sous la forme adimensionnelle ψ et Φ.

La colline de rendement constitue "l'empreinte digital" d'un type de turbine qui permet de prédire le comportement d'une turbine à plein grandeur à partir des essais sur un modèle à échelle réduite en laboratoire.

Colline de rendement

Francis



$$P_{11} = \frac{P}{D^2 H^{3/2}}$$

$$N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}$$

Turbines: classification et n_s

Les turbines Francis, ainsi que l'ensemble des turbomachines, peuvent être classifiées selon la valeur de la vitesse spécifique:

$$n_s = \frac{NP^{1/2}}{H^{5/4}}$$

Résumé

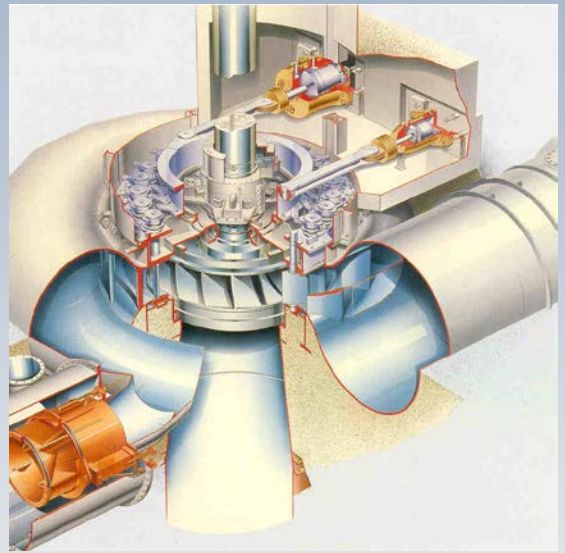
n_s

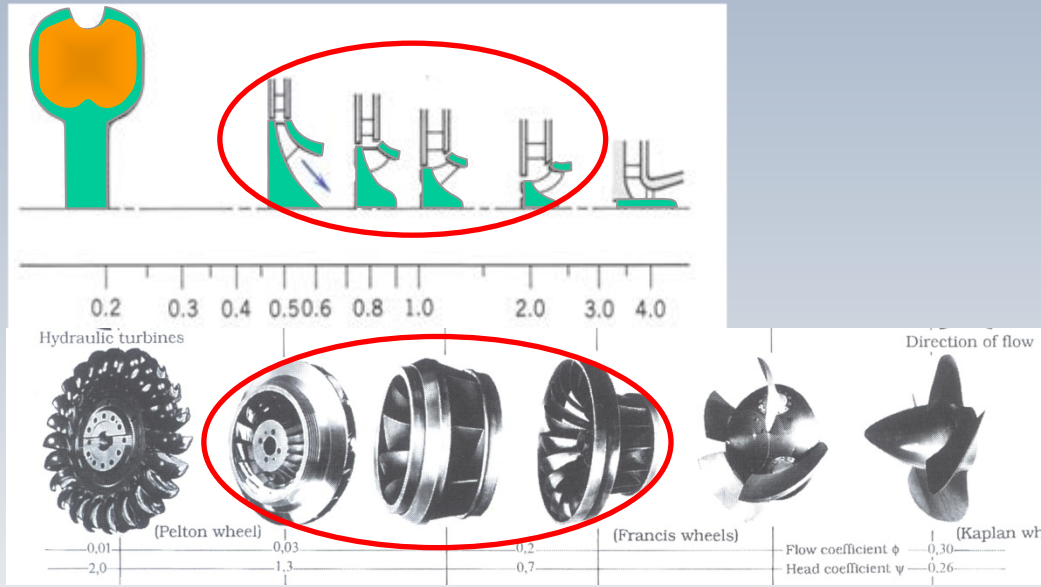
Pelton Francis Kaplan

- La géométrie des turbines varie en fonction de n_s

- Au fur et à mesure que n_s **augmente** la forme de ces machines change de radiale vers axiale. Ceci se produit lorsque le débit **Q** augmente et la chute **H** diminue.

Turbine Francis

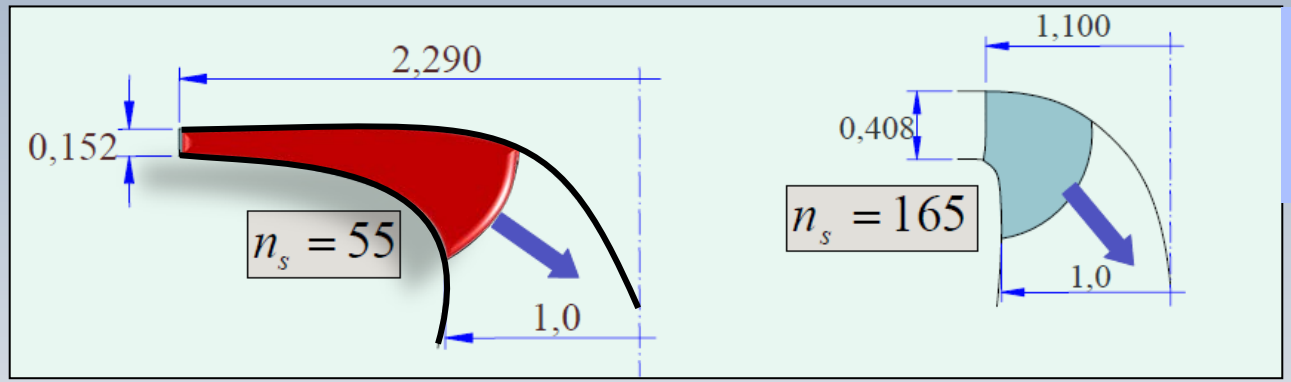


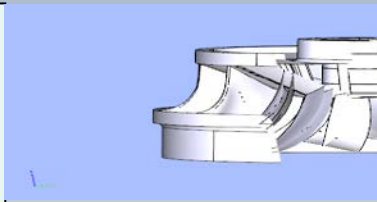


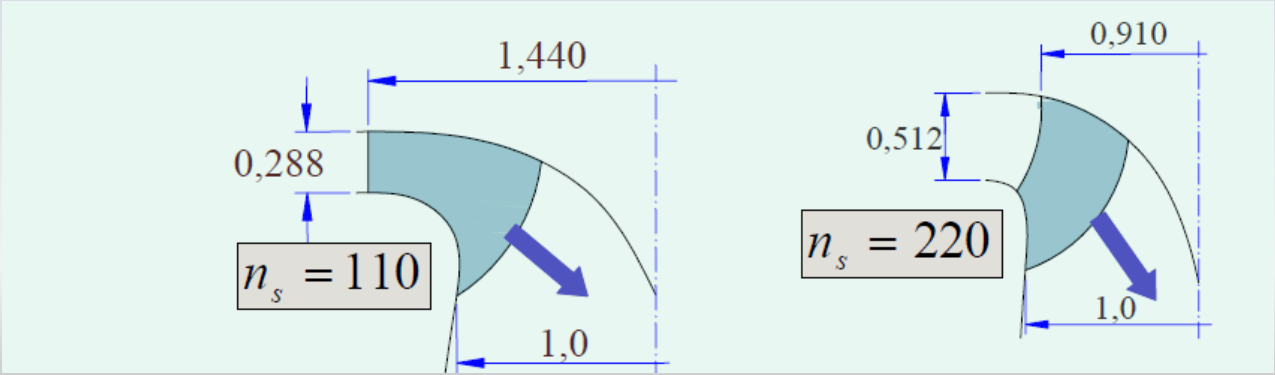
Turbine adéquate pour des grandes chutes et des débits moyens

Les valeurs de n_s sont moyens

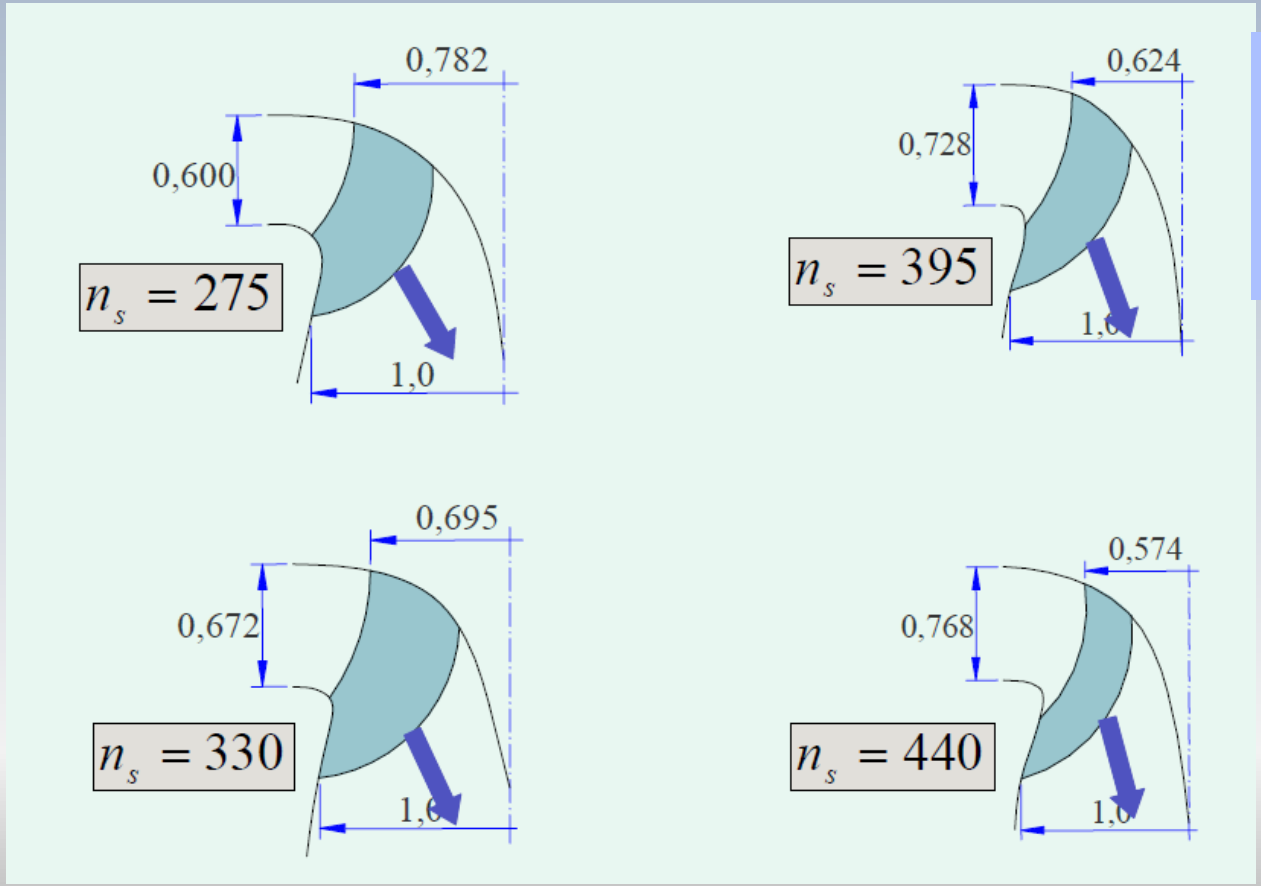
Turbines: rotor et n_s

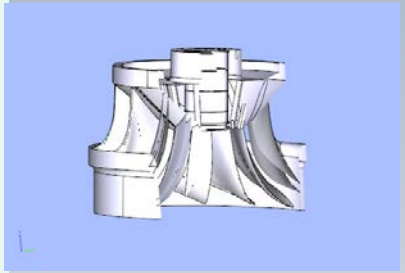




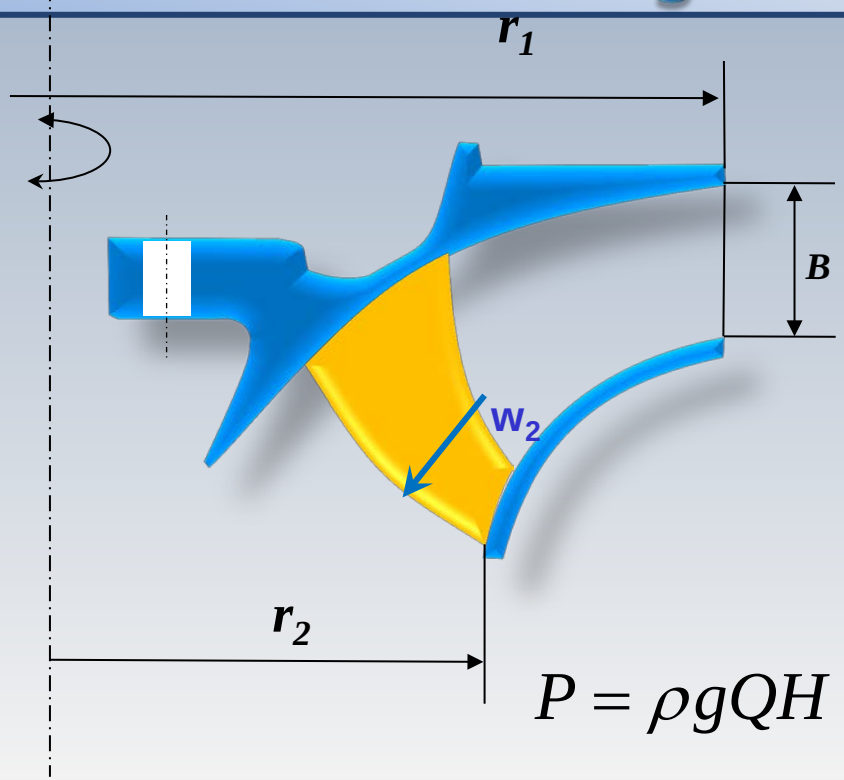


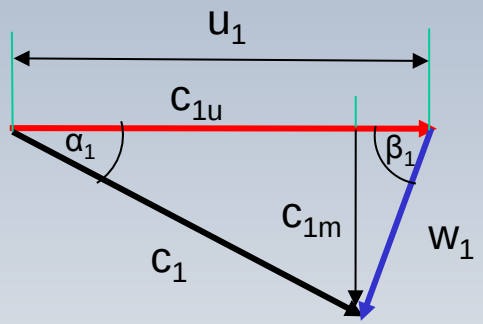
Turbines: rotor et n_s





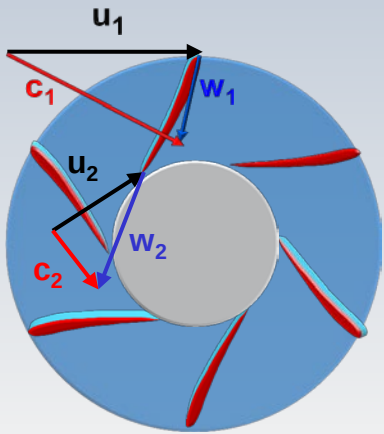
La forme et n_s



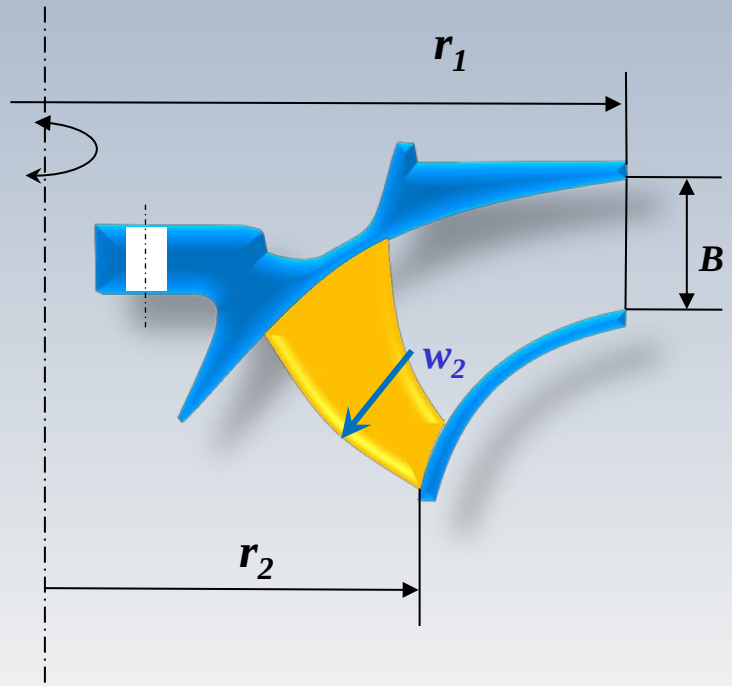


$$Q = \pi B D_1 c_1 \sin\alpha$$

$$P = \rho g Q H = \rho g H \pi B D_1 c_1 \sin\alpha$$



La forme et n_s



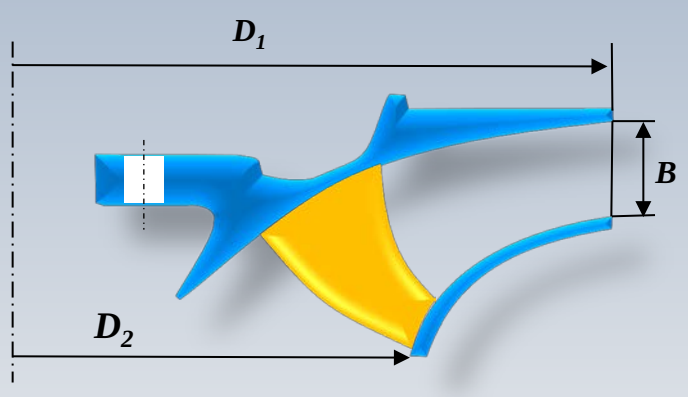
$$n_s = \frac{n\,P^{1/2}}{H^{5/4}}$$

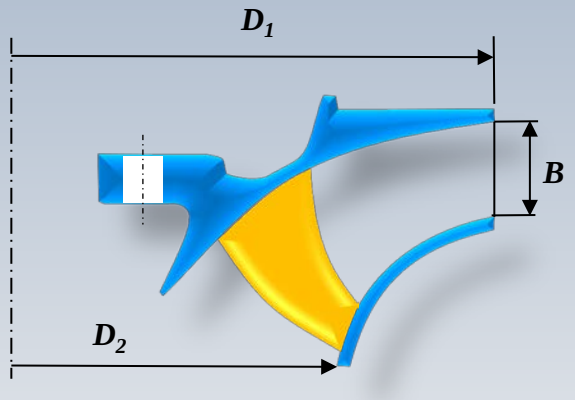
$$n_s = \frac{u_1}{\pi D_1}\sqrt{\rho g \pi B D_1 c_1 \sin\alpha H^{-3/2}}$$

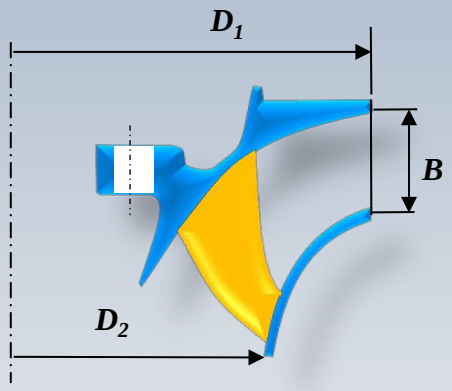
$$n_s = \sqrt{\frac{\rho g^2}{\pi D_1}\frac{B}{D_1}\frac{c_{1u}u_1}{gH}\tan\alpha_1\frac{u_1}{(gH)^{1/2}}}$$

Remarque: Le rapport B/D_1 peut varier en modifiant B sans changer D_1. Ainsi, u_1 et c_{1u} demeurent fixes tel que le reste des quantités dans la racine carrée.

La forme et n_s



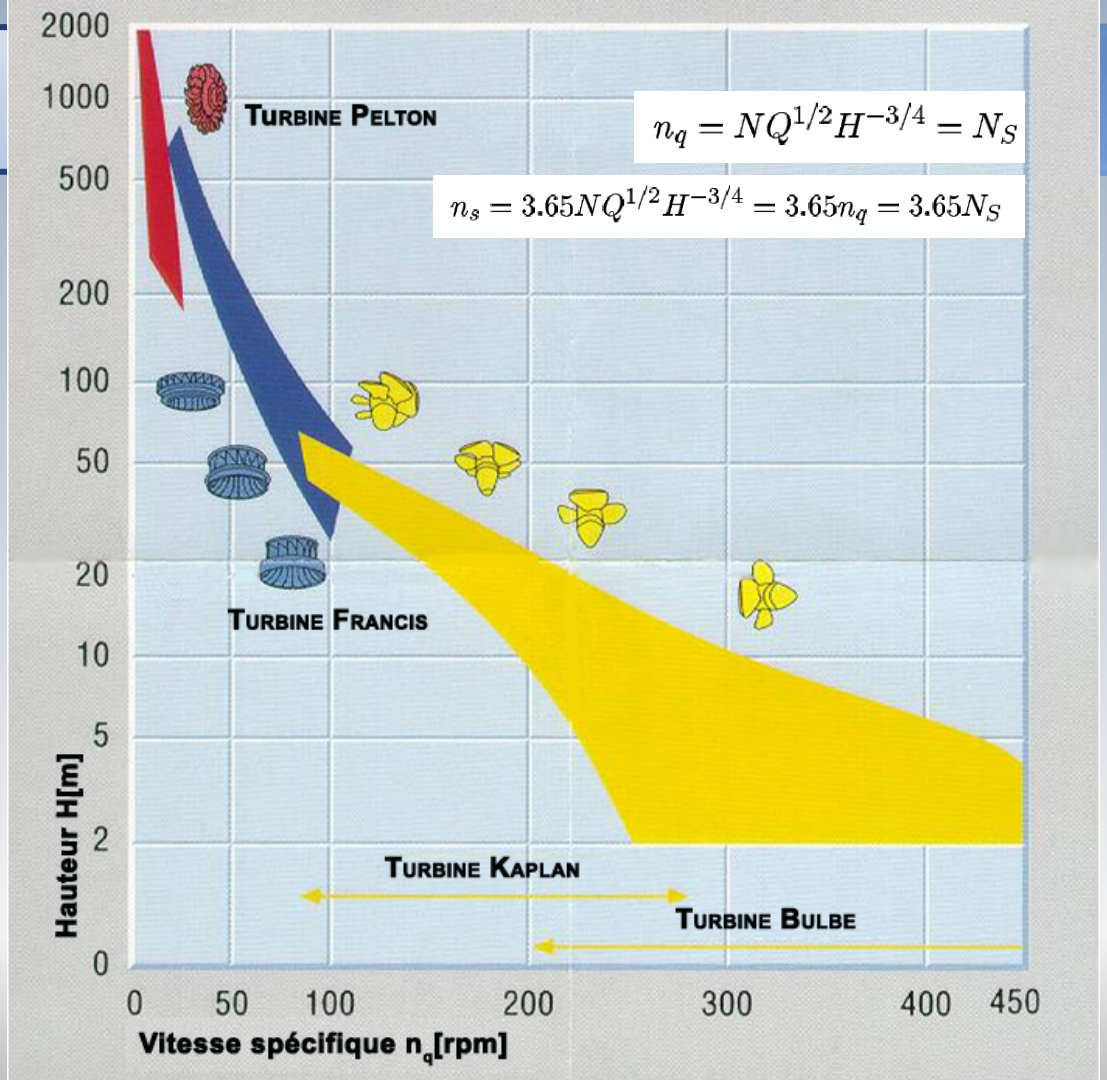




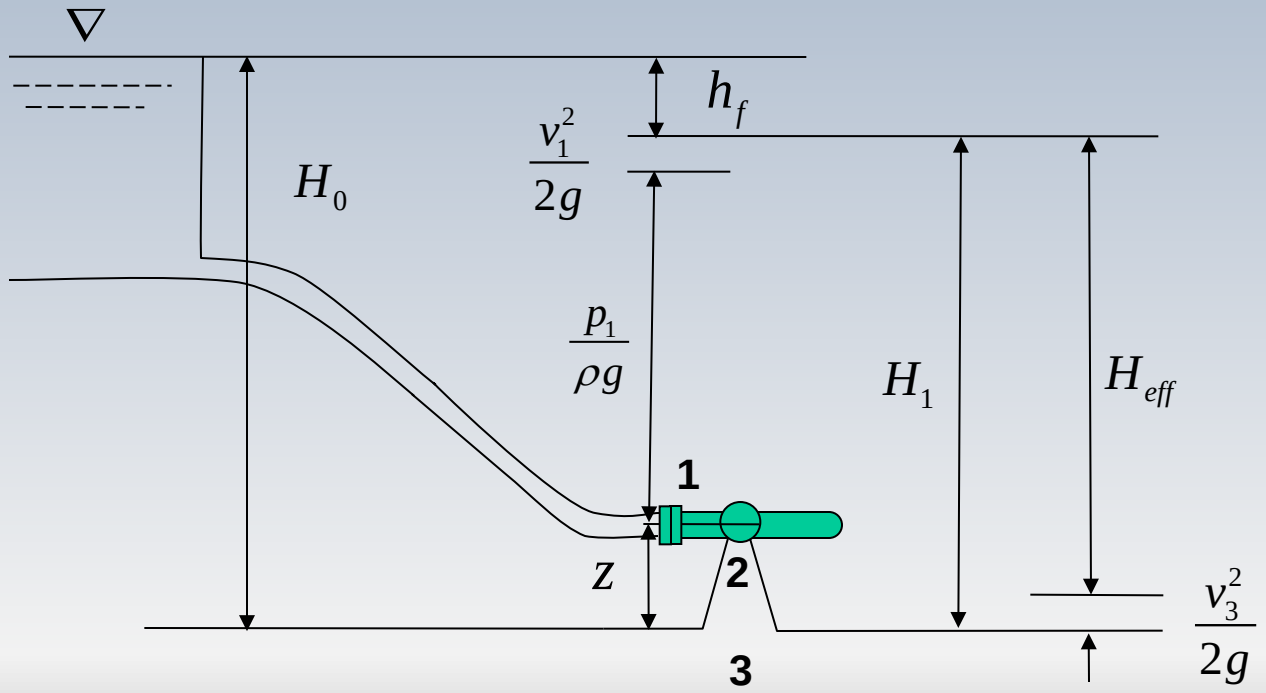
Turbine lente: B/D_1 petit

Turbine rapide: B/D_1 grand

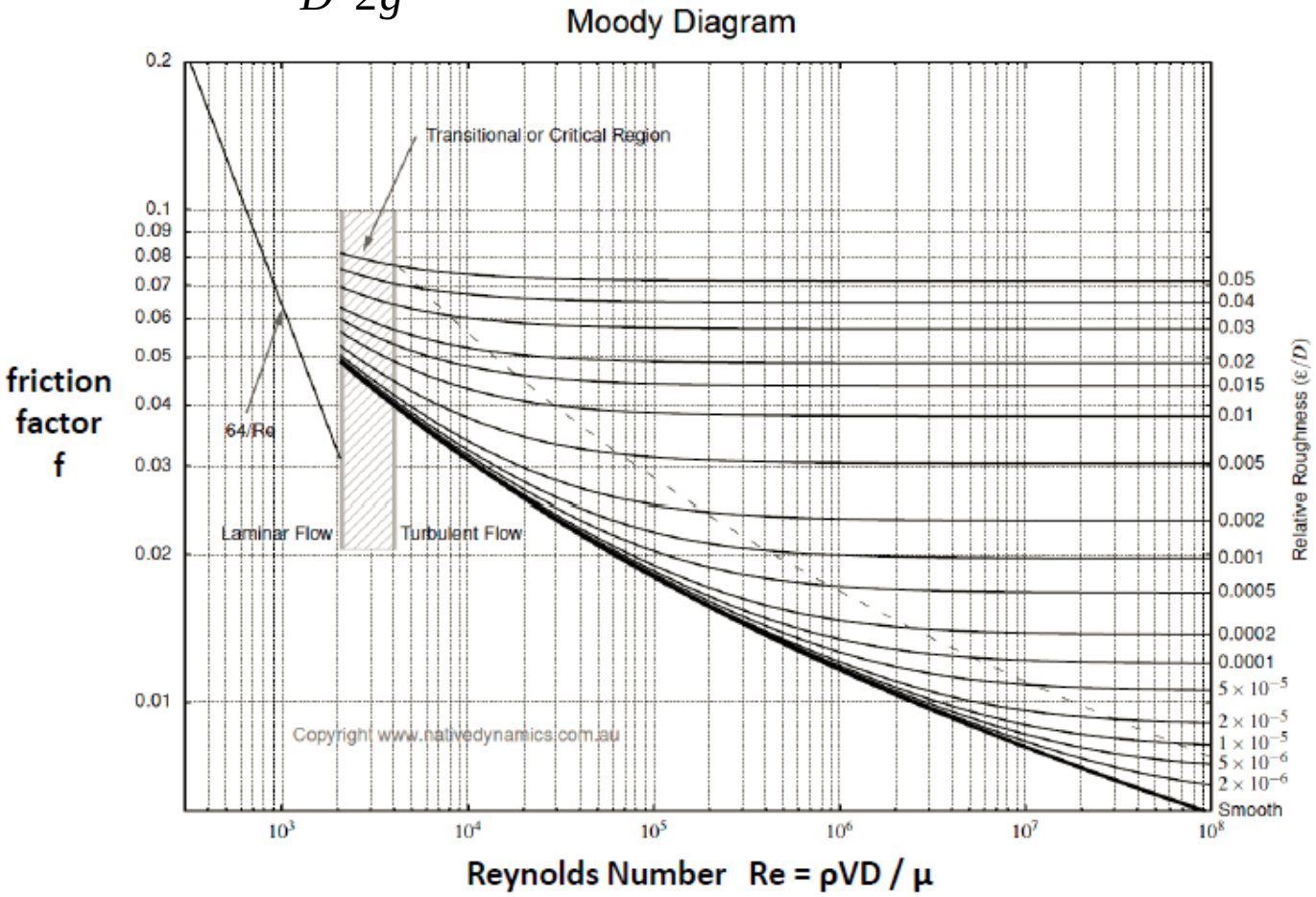
$$n_s = \sqrt{\frac{\rho g}{\pi D_1}\left(\frac{B}{D_1}\right)\frac{c_{1u}u_1}{gH}\tan\alpha_1\frac{u_1}{(gH)^{1/2}}}$$


$n_q = NQ^{1/2}H^{-3/4} = N_S$
$n_s = 3.65NQ^{1/2}H^{-3/4} = 3.65n_q = 3.65N_S$
TURBINE PELTON
TURBINE FRANCIS
TURBINE KAPLAN
TURBINE BULBE
Hauteur H[m]
2000
1000
500
200
100
50
20
10
5
2
0
0
50
100
200
300
400
450
Vitesse spécifique n_q[rpm]

Aménagement et aspirateur



$$h_f = \frac{f\,l}{D}\frac{v_1^2}{2g}$$



the rotating surfaces 2–2 and 3–3, without considering the vane thickness, it will be found by equation (50) that the velocity of a particle of water leaving the runner at the point M_{23} is

$$\frac{\frac{Q}{m}}{2\pi r'_{23} \cdot p_{23}}.$$

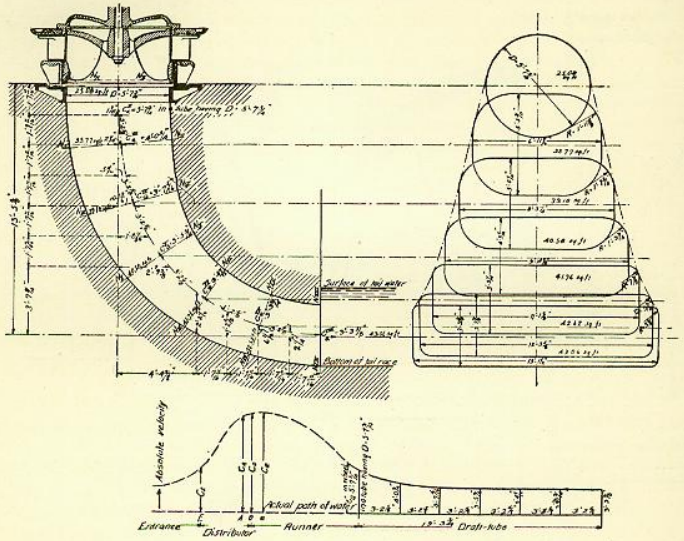
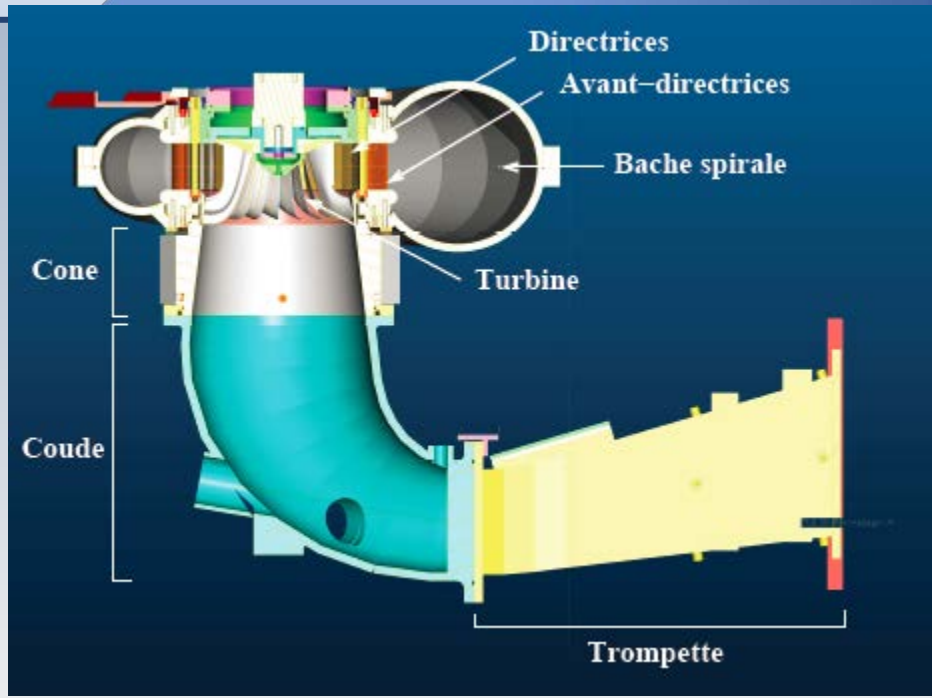


FIG. 111.

If we take into consideration the vane thickness when there are z runner buckets the velocity in the direction of the normal water thread will have the value [see Eq. (54)]

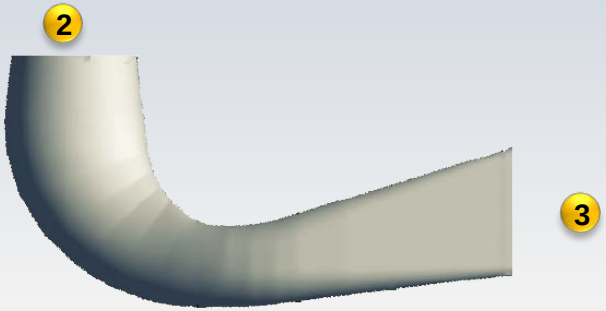
$$c_{a23}'' = \frac{\frac{Q}{mz}}{\left(\frac{2\pi r'_{23}}{z} - s_{23}\frac{\sqrt{1-\sin^2 k_{23}\sin^2 \gamma_{23}}}{\sin\gamma_{23}\cos k_{23}}\right)p_{23}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (110)$$

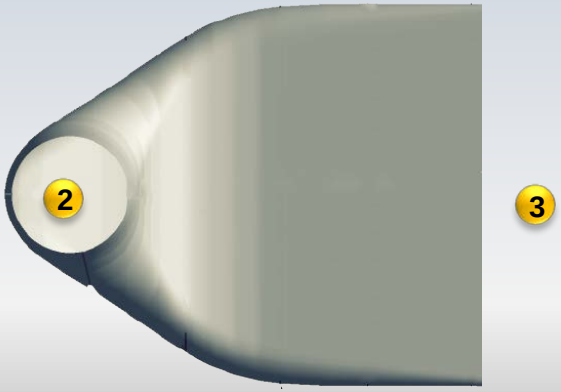


Manitoba Hydro Photo

Aménagement et aspirateur

À la sortie de la roue (2), l'écoulement possède encore une vitesse et donc une énergie cinétique qui n' pas été convertie en électricité.
Afin de récupérer le maximum de cette énergie, on ajoute le diffuseur (2-3) dont le rôle est de ralentir l'écoulement et créer une zone de dépression en aval du rotor. On obtiendra ainsi une plus grande extraction d'énergie par la turbine.





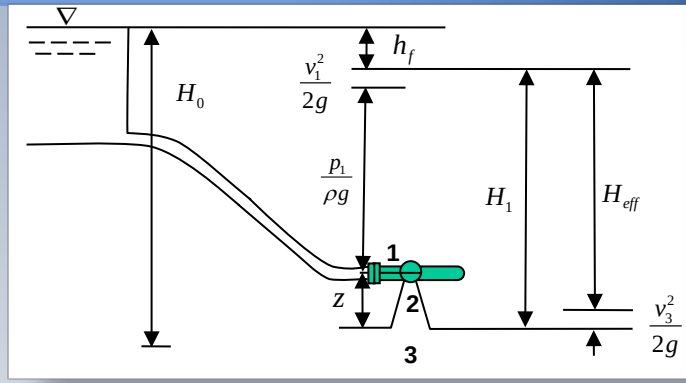
Aménagement et aspirateur

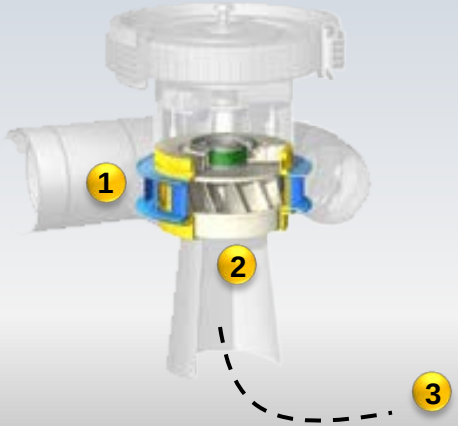
$$H_0 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z + h_f$$

$$H_1 = H_0 - h_f = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z$$

$$H_1 - \frac{v_3^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z - \frac{v_3^2}{2g}$$

$$= \left(H_0 - h_f\right) - \frac{v_3^2}{2g}$$





Aménagement et aspirateur

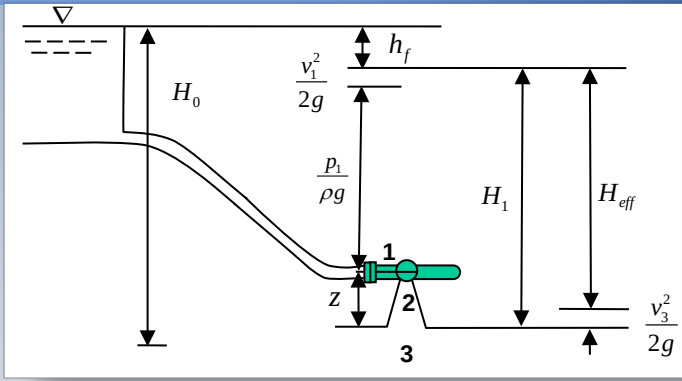
$$H_1 - \frac{v_3^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z - \frac{v_3^2}{2g}$$

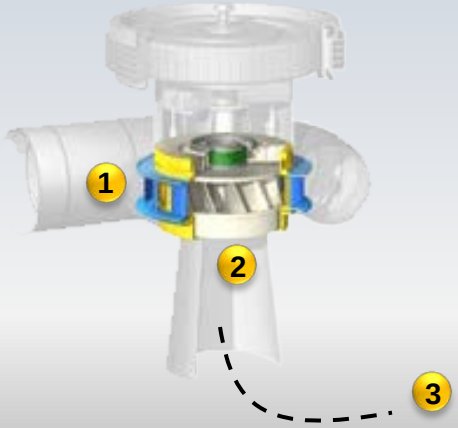
$$= \left(H_0 - h_f\right) - \frac{v_3^2}{2g}$$

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z = 0 + \frac{v_3^2}{2g} + 0$$

$$\boxed{\frac{p_2}{\rho g} = -\left(z + \frac{v_2^2 - v_3^2}{2g}\right)}$$

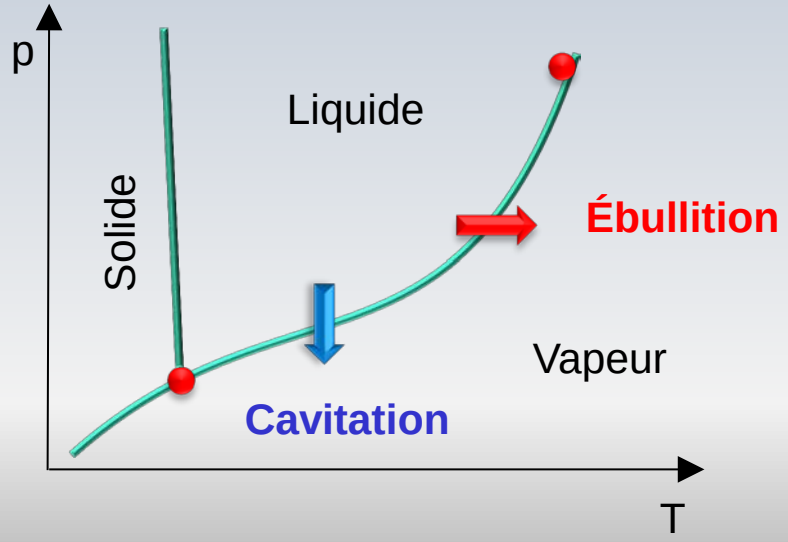
Pression “negative”
induite par l’aspirateur





Cavitation

Définition: Apparition de bulles de vapeur dans un liquide causées par une diminution de pression sans apport de chaleur. Dans un écoulement, la durée de vie des poches est extrêmement brève (de l'ordre de la milli seconde). Lorsque l'écoulement atteint des régions de haute pression, les bulles implosent et ce phénomène répétitif et voilent peut causer des érosions importants sur les parois. La cavitation peut se manifester par du bruit et des vibrations accompagnées d'une diminution des performances (puissance, rendement, etc.)



Cavitation

Cavitation sur un profil hydrodynamique

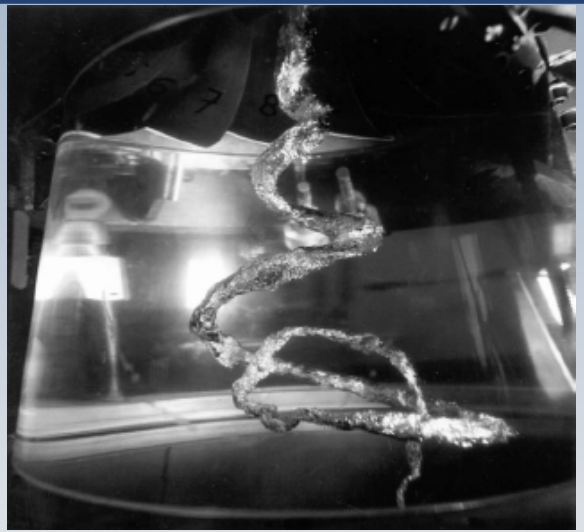
Cavitation

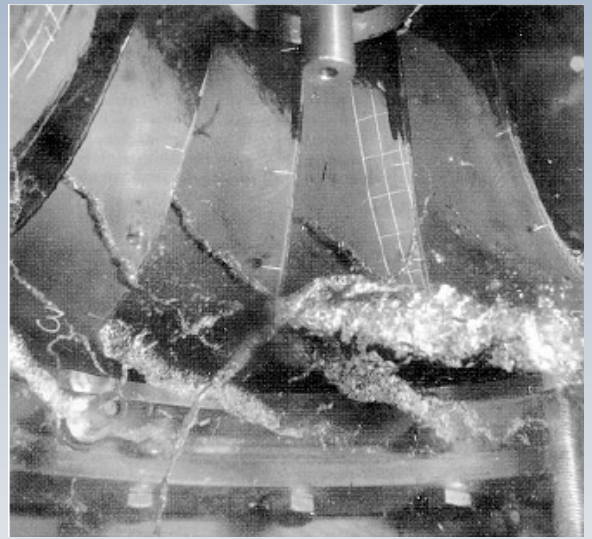
- Effets
  - Érosion
  - Vibrations
  - Détérioration de la performance

Remarque: Dans les turbines hydrauliques, la cavitation apparait “ naturellement ”. À pleine charge, on trouve la cavitation(de sortie) en aval du rotor à cause de la dépression engendrée par l’aspirateur. Ce phénomène est connu sous le nom de torche cavitante. À charge partielle, la cavitation fait déjà son apparition dans les canaux interaubes de la roue.

À pleine charge, la forme de la torche est essentiellement axiale, tandis que à charge partielle, elle devient hélicoïdale.

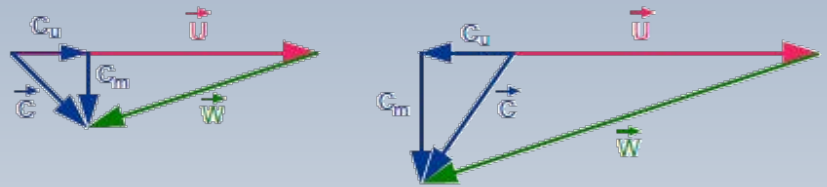
Cavitation

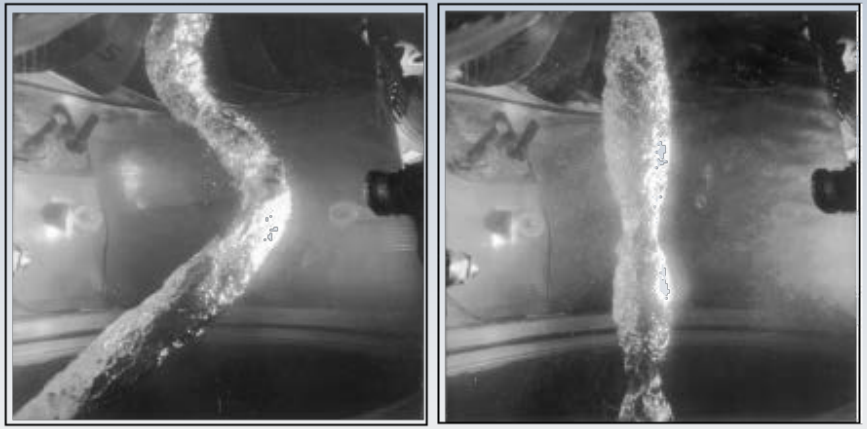




Torche cavitante, à gauche, et cavitation sur les aubes, à droite

Cavitation





Torche de cavitation à la sortie de la roue: condition hors design, **à gauche** et, au point nominal, **à droite**.

Cavitation

Le terme cavitation est attribué à William Froude, tandis que le nombre de cavitation a été introduit par D. Thoma en 1923 dans le contexte des turbines et des pompes. Il a proposé un nombre adimensionnel qui peut être utilisé pour caractériser la cavitation dans les turbines hydrauliques à réaction (Francis et Kaplan)

$$\sigma = \frac{H_b - H_s}{H}$$

H_b est la pression atmosphérique en ***m*** colonne d'eau, ***H_s*** est la pression de succion à la sortie du rotor de la turbine et ***H*** est la chute en ***m*.**

Thoma, Dieter. Die Kavitation bei Wasserturbinen, Hydraulische Probleme, pp. 65-74, presenté à Goettingen 1925, VDI, Berlin, 1926.

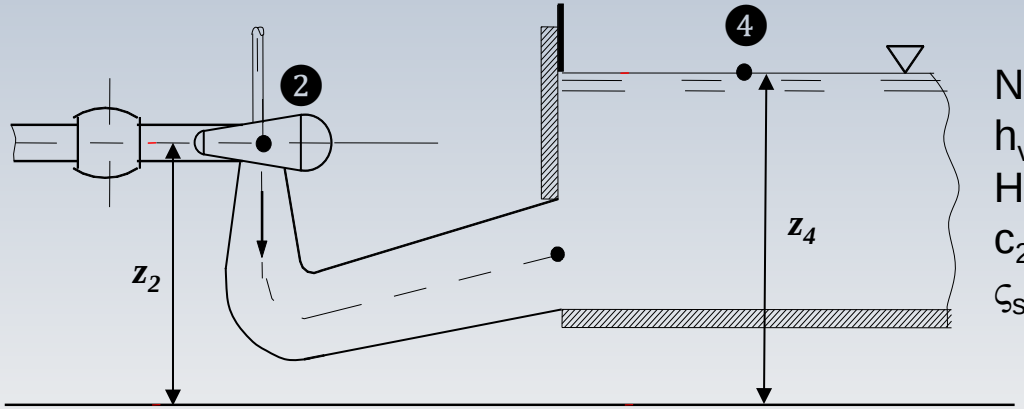
Dieter Thoma

Le Pr. Thoma a été le responsable du laboratoire l'Institut Polytechnique de Munchen(1920), où il a conduit des recherches sur le phénomène de cavitation dans les machines hydrauliques. Il a développé un paramètre adimensionnel pour caractériser la cavitation que plus tard deviendrait le nombre de Thoma. Pendant sa carrière, il a étudié la succion dans les turbines Francis, dont les résultats ont été présentés à la première conférence mondiale sur l'énergie, en Londres (1924).

1881 - 1942

NPSH

NPSH: sigle pour noter *net positive suction head* . En un point, la valeur de cette quantité mesure la différence entre la pression du liquide et sa pression de vapeur saturante



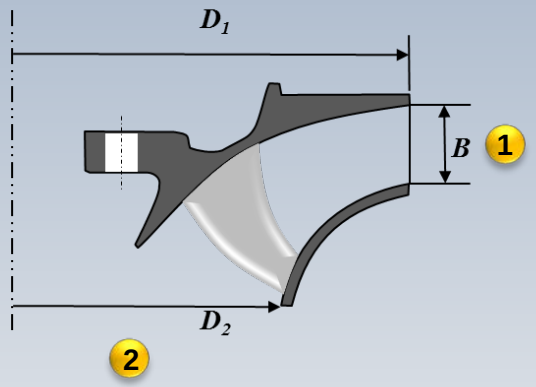
NPSH	Net Positive Suction Head	[m]
h_v	pression de vapeur sat.	[m]
H_A	pression atmosphérique	[m]
c_2	vitesse moyenne en 2	[m/s]
ς_s	coefficient de pertes	[-]

$$NPSH = H_A - h_v + (z_4 - z_2) + (\varsigma_s - 1)\frac{c_2^2}{2g}$$

Érosion

PROBLÈMES

Exemple I



$Q = 71.5\ m^3/s$

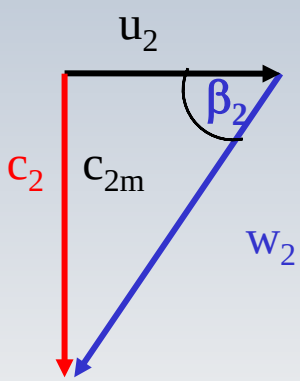
$H = 543\ m$

$\beta_2 = 22^o$

$u_2 = 40{,}9\ m/s$

$\eta_h = 96\%$

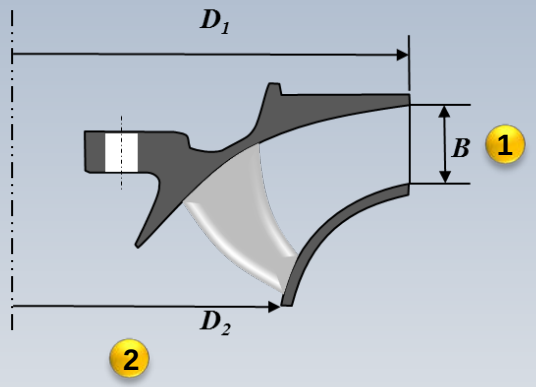
Triangle de vitesses à la sortie 2



Hypothèse 1 $c_{2m} = c_{1m}$

Hypothèse 2 $\xi_1 = 1$ $\left(u_1 = \xi_1 \sqrt{2gH}\right)$

Exemple I

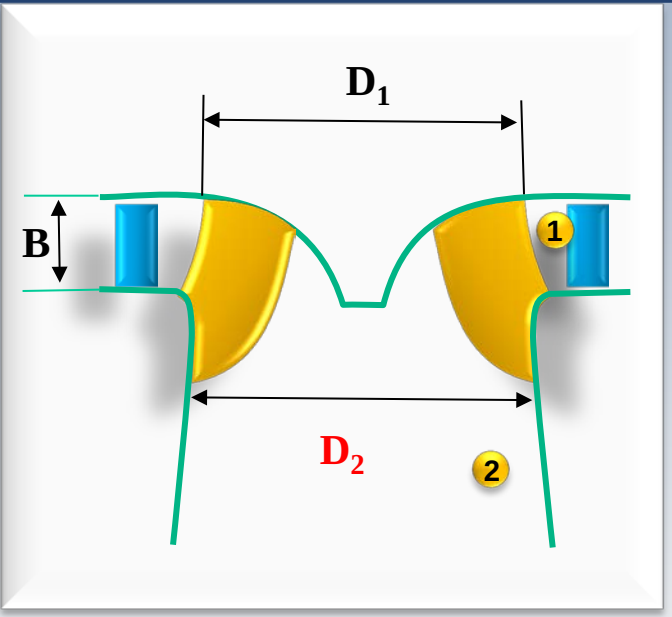


-On doit trouver D_2 , n, c_{1u} , D_1, B, β_1

-Modifier D_2 en fonction de la vitesse synchrone la plus proche. Considérer la même forme pour le triangle de vitesse à la sortie.

Exemple I

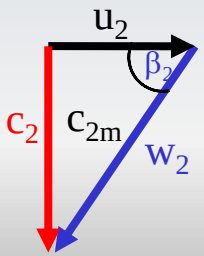
D_2 , n, c_{1u}, D_1, B, β_1



$$D_2 = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c_{2m}}} = \sqrt{\frac{4Q}{\pi u_2 \tan \beta_2}}$$

$$D_2 = \sqrt{\frac{4 \times 71.5}{\pi \times 40.9 \times \tan 22^\circ}} = 2.347m$$

$Q = 71.5\ m^3/s$
$H = 543\ m$
$\beta_2 = 22^o$
$u_2 = 40{,}9\ m/s$
$\eta_h = 96\%$
$c_{2m} = c_{1m}$



Exemple I

D_2 , n, c_{1u}, D_1, B, β_1

$$n = \frac{u_2 60}{\pi D_2} = \frac{40.9 \times 60}{\pi \times 2.347} = 332.8\ rpm$$

$$\eta_h = \frac{c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2}{gH}$$

Au point nominal, $c_{2u} = 0$

$$\eta_h = 0.96 = \frac{c_{1u} u_1}{gH}$$

u_1=?

$Q = 71.5\ m^3/s$
$H = 543\ m$
$\beta_2 = 22^o$
$u_2 = 40{,}9\ m/s$
$\eta_h = 96\%$
$c_{2m} = c_{1m}$

Exemple I

D_2 , n, c_{1u}, D_1, B, β_1

Diamètre D_1

Hypothèse 2 $\xi_1 = 1$

$Q = 71.5\ m^3/s$
$H = 543\ m$
$\beta_2 = 22^o$
$u_2 = 40{,}9\ m/s$
$\eta_h = 96\%$
$c_{2m} = c_{1m}$

$$u_1 \approx \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 543} = 103{,}22\ m/s$$

$$u_1 = \frac{n\pi D_1}{60} \qquad c_{1u} = \frac{gH \times 0.96}{u_1} = 49.5$$

$$D_1 = \frac{60u_1}{\pi n} = \frac{103.22 \times 60}{322\pi} = 6.12m$$

Exemple I

D_2 , n, c_{1u}, D_1, B, β_1

Hauteur B

Continuité: $$c_{1m}A_1 = c_{2m}A_2$$

$Q = 71.5\ m^3/s$
$H = 543\ m$
$\beta_2 = 22^o$
$u_2 = 40{,}9\ m/s$
$\eta_h = 96\%$
$c_{2m} = c_{1m}$

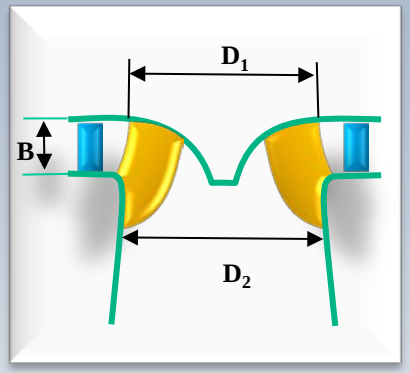
Hypothèse 1 $\quad c_{2m} = c_{1m}$

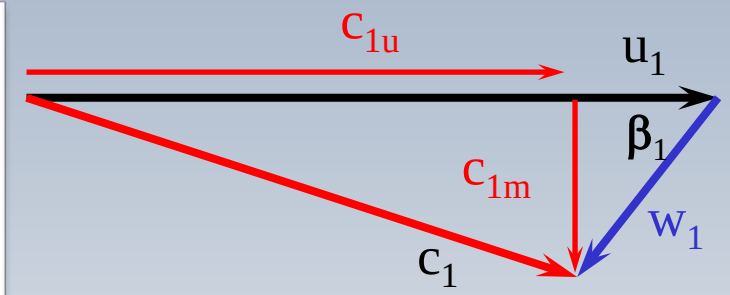
$$\pi D_1 B = \frac{\pi D_2^2}{4}$$

$$B = \frac{D_2^2}{4D_1} = \frac{2.37^2}{4 \times 6.12} = 0.23m$$

Exemple I

D_2 , n, c_{1u}, D_1, B, β_1



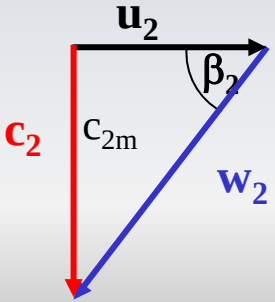


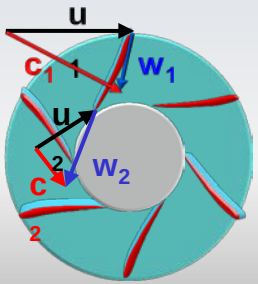
$Q = 71.5\ m^3/s$
$H = 543\ m$
$\beta_2 = 22^o$
$u_2 = 40{,}9\ m/s$
$\eta_h = 96\%$
$c_{2m} = c_{1m}$

Hypothèse 1

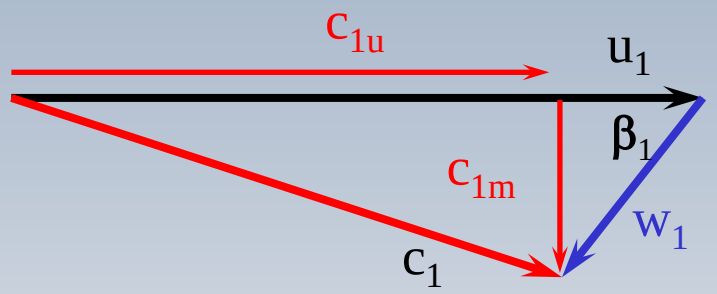
$$c_{1m} = c_{2m} = u_2 \tan\beta_2 = 40\,{}^{m}\!/_{s} \tan 22^{\circ} = 16.52\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$(c_{2m} = u_2 \tan\beta_2 (sortie\ axiale))$$





Exemple I



$$\tan \beta_1 = \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}}$$

$Q = 71.5\ m^3/s$
$H = 543\ m$
$\beta_2 = 22^o$
$u_2 = 40{,}9\ m/s$
$\eta_h = 96\%$
$c_{2m} = c_{1m}$

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}}\right) = \arctan\left(\frac{16.52}{103{,}2 - 49{,}5}\right) = 17.0^\circ$$

Vitesse synchrone

La vitesse du générateur est donnée par le nombre de pôles z_p et par la fréquence du réseau f

$$n(rpm) = \frac{60f}{z_p} \quad \Longleftrightarrow \quad f = \frac{z_p n}{60}$$

Exemple I

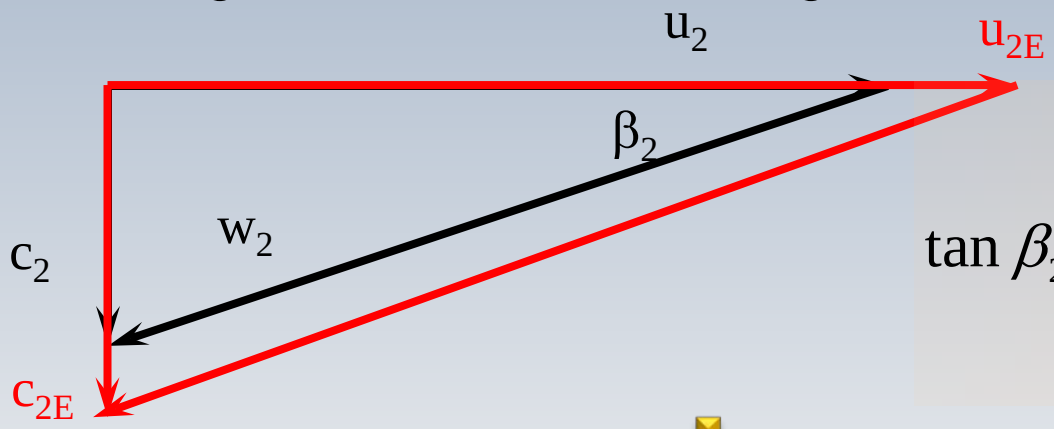
$$z_p = \frac{3000}{n} = 9.013 \quad (f = 50)$$

$$avec\, z_p = 9 \quad \Rightarrow \quad n_E = \frac{3000}{9} = \boxed{333\, rpm}$$

$$n = \frac{u_2 \cdot 60}{\pi \cdot D_2} = \frac{40.9 \times 60}{\pi \times 2.347} = 332.8\, rpm$$

Exemple I

On garde la forme du triangle de vitesses



$$\tan\beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2} = \frac{c_{2mE}}{u_{2E}} = \frac{\dfrac{4Q}{\pi D_2^2}}{\dfrac{\pi n D_2}{60}} = \frac{\dfrac{4Q}{\pi D_{2E}^2}}{\dfrac{\pi n_E D_{2E}}{60}}$$

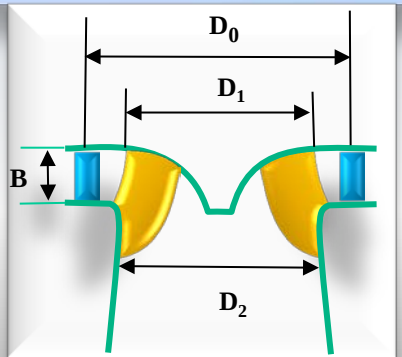
$$n_E D_{2E}^3 = n D_2^3$$

$$D_{2E} = D_2 \sqrt[3]{\frac{n}{n_E}} = 2.347m\sqrt{\frac{332.8}{333}} = 2.35m$$

Exemple II

Pour une turbine Francis on a les données suivantes:

Diamètre et hauteur du rotor à l'entrée, D_1= ***2m***, et ***B*= *0.2 m***
Diamètre du rotor à la sortie D_2=***1m***, les angles β_1 =120^0 et β_2=45^0
Vitesse de rotation ***n=375 rpm***
% de la surface occupée par les aubes (entrée et sortie) ***10%***
La chute ***H*** est de ***200m*** et la turbine opère ***au point optimal*** (c_{2u}=0)



Exemple II

a) Obtenir le débit Q

b) Construire les triangles de vitesse à l'entrée et à la sortie.

Calculer l'angle α_1 ainsi que la vitesse absolue c_1

c) Calculer la hauteur effective H_e et la puissance correspondante P_e

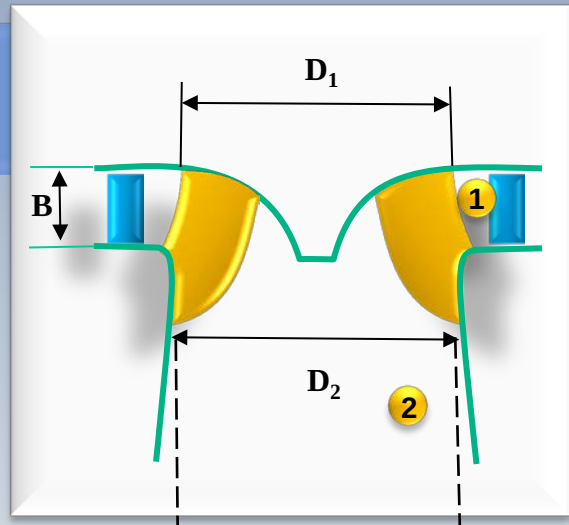
Exemple II

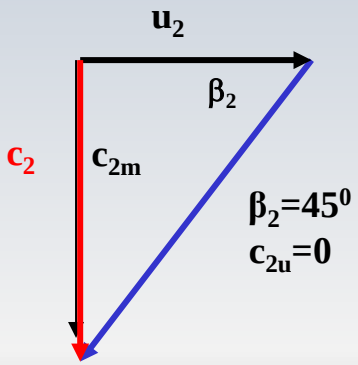
a) le débit Q

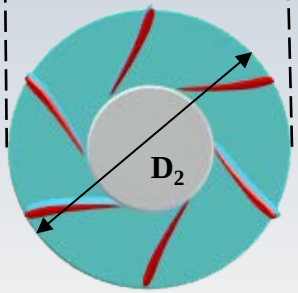
$$u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60} = \frac{\pi \times 2 \times 375}{60} = 39.27 m/s$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} = \frac{\pi \times 1 \times 375}{60} = 19.63 m/s$$

$$\tan \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2}$$







B=0.2 m, D_1 =2 m ,D_2 =1 m, β_1 = 120°, β_2 = 45°
c_{2u}= 0, H=200 m, n=375 rpm, ep= 10%

Exemple II

c_1 et α_1

$$c_{2m} = u_2 \tan\beta_2 = 19.63 m/s$$

$$Q = c_{2m} A_2 = c_{2m} \frac{\pi D_2^2}{4} \times (1-0.1) = 19.63 \frac{\pi \times 1}{4} 0.9 = 13.88 m^3/s$$

$$Q = c_{1m} A_1 = c_{1m} \pi D_1 \times B \times (1-0.1)$$

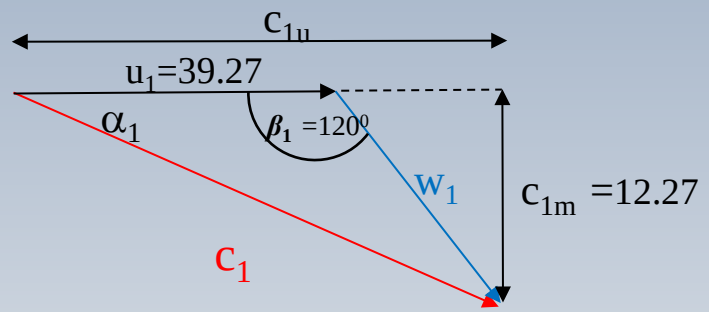
10%

$$c_{1m} = Q / \pi D_1 \times B \times (1-0.1) = 13.88 / \pi \times 2 \times 0.2 \times 0.9 = 12.27 m/s$$

B=0.2 m, D_1 =2 m ,D_2 =1 m, β_1 = 120°, β_2 = 45°
c_{2u}= 0, H=200 m, n=375 rpm, ep= 10%

Exemple II

b) le triangle de vitesses à l'entrée



$$\tan(180-\beta_1)=\frac{c_{1m}}{c_{1u}-u_1}$$

$$c_{1u}=u_1+\frac{c_{1m}}{\tan(180^0-\beta_1)}=46.35m/s$$

$\beta_1 = 120^0$

$$c_1=\sqrt{c_{1m}^2+c_{1u}^2}$$

$$\tan\alpha_1=\frac{c_{1m}}{c_{1u}}$$

$$\alpha_1=14.83^0$$

B=0.2 m, D_1 =2 m ,D_2 =1 m, β_1 = 120°, β_2 = 45°
c_{2u}= 0, H=200 m, n=375 rpm, ep= 10%

Exemple II

c) la chute $\boldsymbol{H_e}$ et la puissance $\boldsymbol{P_e}$

$$H_e = \frac{u_1 c_{1u}}{g} = \frac{39.27 \times 46.35}{9.8} = 185.73 m/s$$

$$P_e = \gamma Q H_e = 25263 kW$$

$$\eta_e = \frac{185.73}{200} = 0.9286$$

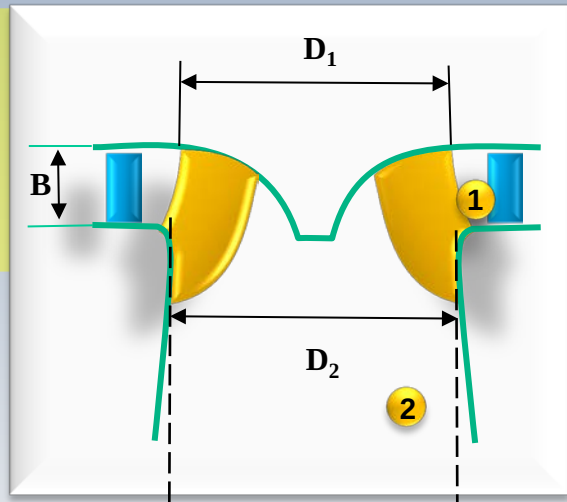
B=0.2 m, D_1 =2 m ,D_2 =1 m, β_1 = 120°, β_2 = 45°
c_{2u}= 0, H=200 m, n=375 rpm, ep= 10%

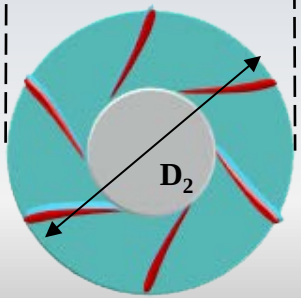
Exemple III

On a:

$\boldsymbol{Q}$ = 12 m^3/s, $\boldsymbol{\alpha_1}$ = 15° D$_1$ =1.5 m ,D$_2$ =1 m, c$_1$= 40 m/s, H=200m $\boldsymbol{c_{2u}}$= 0, n=250 rpm, $\boldsymbol{\eta_h}$= 97%, $\boldsymbol{w_2}$ = 19.1 m/s

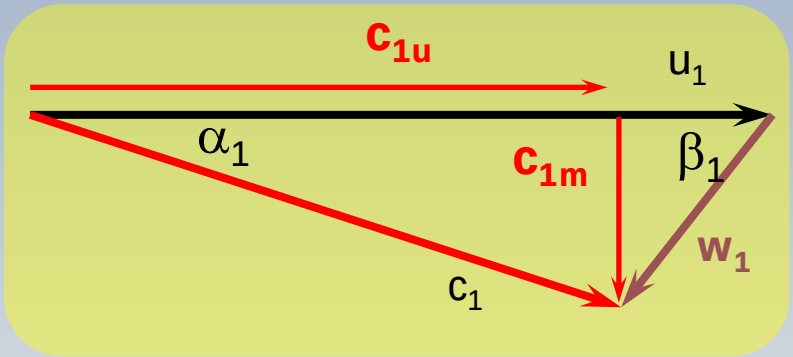
On doit trouver: $\boldsymbol{u_1, w_1, u_2, W_e, P, H}$





Exemple III

u_1, w_1, u_2, W_e, P, H



$$u_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60} = 19.63\ m/s$$

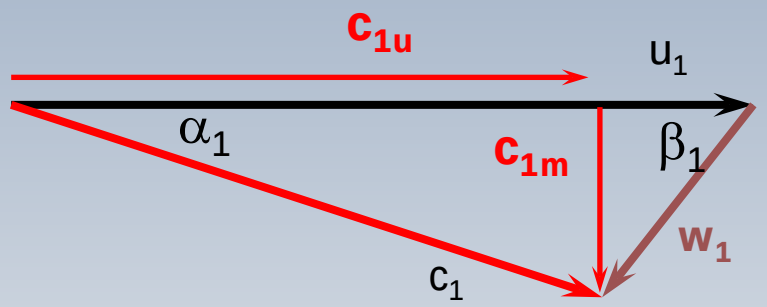
$$w_{1m} = c_1 \sin\alpha_1 = 10.35\ m/s$$

$$c_{1u} = c_1 \cos\alpha_1 = 38.63\ m/s \qquad (c_{1u} > u_1)$$

$\boldsymbol{Q}$ = 12 m^3/s, $\boldsymbol{\alpha_1}$ = 15° D_1 =1.5 m ,D_2 =1 m, c_1= 40 m/s, H=200m $\boldsymbol{c_{2u}}$= 0, n=250 rpm, $\boldsymbol{\eta_h}$= 97%, $\boldsymbol{w_2}$ = 19.1 m/s

Exemple III

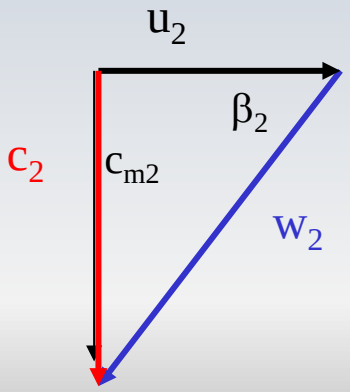
u_1, w_1, u_2, W_e, P, H



$$w_{1u} = c_{1u} - u_1 = 19\ m/s$$

$$w_1 = \sqrt{w_{1u}^2 + w_{1m}^2} = 21.64\ m/s$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} = 13.09\ m/s$$



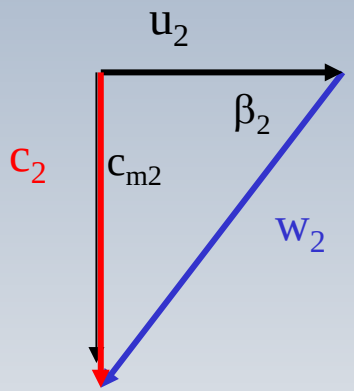
Q = 12 m^3/s, α_1 = 15° D_1 =1.5 m ,D_2 =1 m, c_1= 40 m/s, H=200m c_{2u}= 0, n=250 rpm, η_h= 97%, w_2 = 19.1 m/s

Exemple III

W_e, P, H

$$w_2 = 19.1\, m/s$$

$$c_2 = \sqrt{w_2^2 - u_2^2} = 13.91\, m/s$$



$$W_e = c_{1u} u_1 - 0 = 758.64\ J/kg$$

$$\dot{W} = \eta_h \rho Q W_e = 8830.53\, kW$$

$$H = \frac{\dot{W}}{\rho g H}$$

Q = 12 m^3/s, **α_1** = 15° D_1 =1.5 m ,D_2 =1 m, c_1= 40 m/s, H=200m **c_{2u}**= 0, n=250 rpm, **η_h**= 97%, **w_2** = 19.1 m/s

Exemple IV

On a

$Q = 3\ m^3/s$

$\xi_1 = 0.65$

$\xi_2 = 0.43$

$B/D_1 = 0.115$

$f = 50$ cycles/sec

$\eta_h = 0.85$

$n_s < 66$ (**P en CV**)!

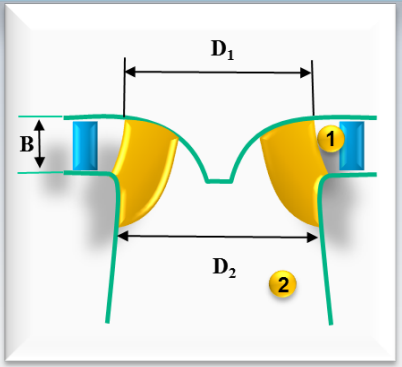
$H = 200$ m

On doit trouver

$P[kW],\ n\ [rpm],\ z_p,\ D_1,\ D_2[m], B$

$$u_1 = \xi_1 \sqrt{2gH}$$

$$u_2 = \xi_2 \sqrt{2gH}$$



$$n_S = \frac{n\sqrt{P}}{H^{5/4}}$$

Exemple IV

$$\dot{W} = P = \rho g Q H \eta = 9.8 \times 1000 \times 3 \times 200 \times 0.85 = 4998 kW$$

$$n_S = \frac{n\sqrt{P}}{H^{5/4}}$$

P=P/735=6800 CV

$$n_S = \frac{n\sqrt{6800}}{200^{5/4}} = 0.1096\ n$$

$$0.1096n < 115 \quad \Rightarrow \quad n < \frac{66}{0.1096} = 605.5\ rpm$$

contrainte

Q = 3 m^3/s, ξ_1 = 0.65, ξ_2 = 0.43, B/ D_1= 0.115, f=50 cycles/sec, η_h= 0.85 , n_s<115 (**<u>P en CV</u>**),H=200 m

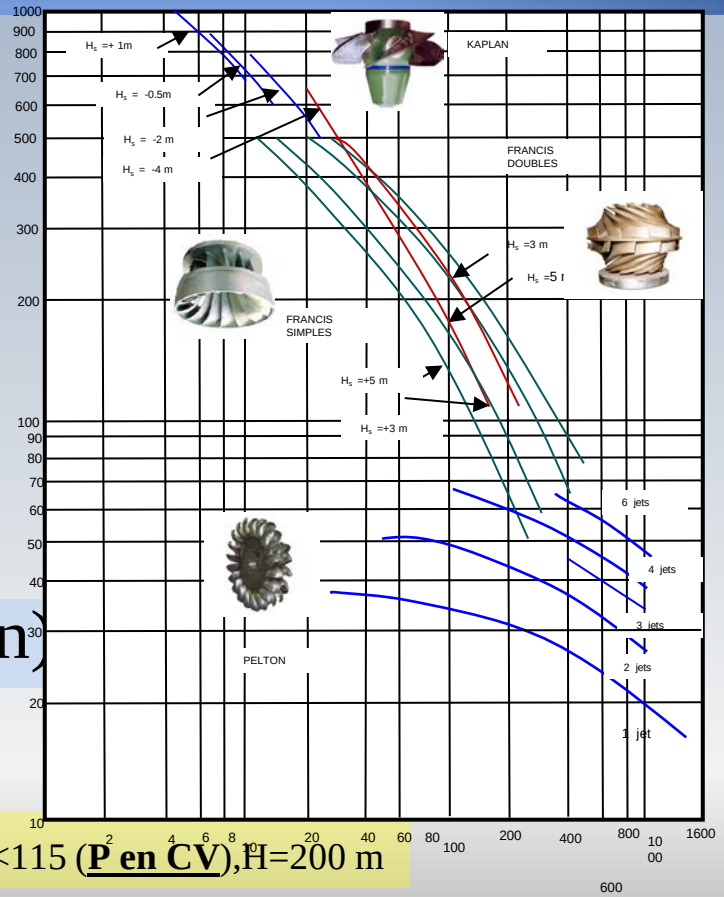
Exemple IV

$$z_p n = 60 \times f = 60 \times 50 = 3000$$

$$z_p = 5$$

$$z_p = 5 \Rightarrow n = \frac{3000}{5} = 600\ rpm$$

$$n_S = 0.1096n = 65.7$$ *F*rancis (Pelton)



Q = 3 m^3/s, ξ_1 = 0.65, ξ_2 = 0.43, B/ D_1= 0.115, f=50 cycles/sec, η_h= 0.85 , n_s<115 (**<u>P en CV</u>**),H=200 m

Exemple IV

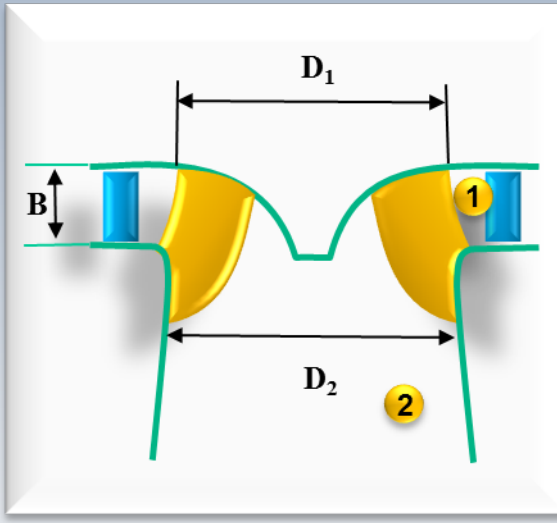
$$u_1 = \xi_1 \sqrt{2gH} = 0.65\sqrt{2g \times 200} = 40.7\ m/s$$

$$u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60} \Rightarrow D_1 = 0.773m$$

$$u_2 = \xi_2 \sqrt{2gH} = 0.43\sqrt{2g \times 200} = 26.9\ m/s$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} \Rightarrow D_2 = 0.5138\ m$$

$$\frac{B}{D_1} = 0.115 \Rightarrow B = 0.773\ m \times 0.115 = 0.0889$$



Q = 3 m³/s, ξ_1 = 0.65, ξ_2 = 0.43, B/ D_1= 0.115, f=50 cycles/sec, η_h= 0.85 , n_s<115 (**P en CV**),H=200 m

Exemple V

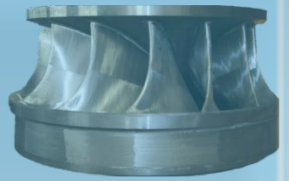
Pour une turbine Francis on a les données suivantes:

La puissance produite, ***P=5000 kW***, le coefficient φ ***=0.28*** pour la composante radiale de la vitesse absolue à l'entrée, l'angle des avant directrices $\alpha_1 = 30^0$.

Le rendement hydraulique est η_h= ***0.90*** et le rendement global η_g= ***0.86***. La chute est ***H=30m*** et la vitesse spécifique ***dimensionnell***e est n_s= ***270 (P [kW], H[m],n[rpm])***)

Exemple V

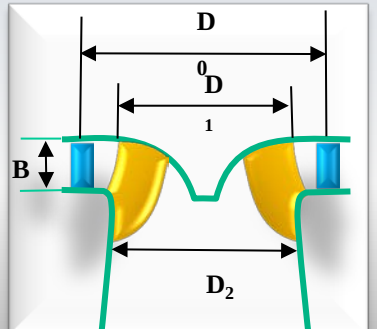
On doit calculer:



La vitesse de rotation ***n(rpm)***

Le diamètre D_1 et l'épaisseur b_1 de la roue à l'entrée

L'angle théorique β_1 à l'entrée



$P = 5000\ kW,\ \varphi_1 = 0.28,\ \alpha_1 = 30^0,\ \eta_h = 0.90,\ \eta_g = 0.86,\ \ H = 30\ m,\ n_s = 270$

Exemple V

La vitesse de rotation ***n(rpm)***

$$n_s = \frac{n\sqrt{P}}{H^{5/4}} \Rightarrow n = \frac{n_s H^{5/4}}{\sqrt{P}} \Rightarrow n = \frac{270(30)^{5/4}}{\sqrt{5000}} = 267\,rpm$$

Le diamètre ***D_1***

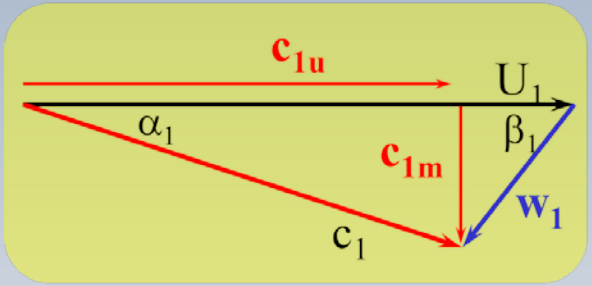
$$c_{1m} = \varphi_1\sqrt{2gH} \qquad c_{1m} = 0.28\sqrt{2\times 9.8\times 30} = 6.79\,m/s$$

$$c_{1m} = c_1 \sin\alpha_1 \Rightarrow c_1 = \frac{c_{1m}}{\sin\alpha_1} \Rightarrow c_1 = \frac{6.79}{\sin 30} = 13.58\,m/s$$

P= 5000 kW, φ_1 = 0.28, α_1 = 30^0, η_h= 0.90, η_g= 0.86, H=30 m, n_s= 270

Exemple V

$$c_{1u} = c_1 \cos\alpha_1 = 1.3.58 \times \cos 30 = 11.76\, m/s$$



$$W_e = \eta_h H = 0.9 \times 30 = 27m$$

$$W_e = \frac{c_{1u} u_1}{g} \Rightarrow u_1 = \frac{g W_e}{c_{1u}} \Rightarrow u_1 = \frac{9.8 \times 27}{11.76} = 22.5\, m/s$$

$$D_1 = \frac{60 u_1}{\pi n} = \frac{60 \times 22.5}{\pi \times 267} = 1.61m$$

P= 5000 kW, φ_1 = 0.28, α_1 = 30^0, η_h= 0.90, η_g= 0.86, H=30 m, n_s= 270

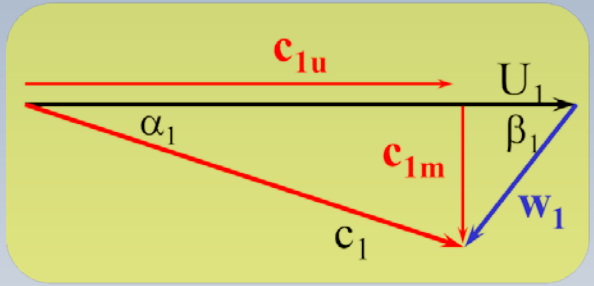
Exemple V

L'épaisseur b_1

$$\dot{W} = 5000\,kW = \eta_g \rho g Q H = 0.86 \times 1000 \times 9.8 \times Q \times 30$$

$$\Rightarrow \quad Q = 19.8\ m^3/s$$

$$b_1 = \frac{Q}{\pi D_1 c_{1m}} = \frac{19.8}{\pi \times 1.61 \times 6.79} = 0.579\,m$$



L'angle théorique β_1

$$\tan\beta_1 = \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}} = \frac{6.79}{22.5 - 11.76} = 0.632 \quad \Rightarrow \quad \beta_1 = 32.3^0$$

P= 5000 kW, φ_1 = 0.28, α_1 = 30^0, η_h= 0.90, η_g= 0.86, H=30 m, n_s= 270